



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Δ.Π.Μ.Σ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

---

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

---

***Υπολογιστική Διερεύνηση Αλληλεπίδρασης Ρευστού –  
Κατασκευής σε Δυναμική Φόρτιση***

Κουφόπουλος Μιχαήλ

Χατζάκης Νικόλαος

Επιβλέπων:

Παπαδόπουλος Βησσαρίων, Αναπληρωτής Καθηγητής

Τομέας Δομοστατικής – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Αθήνα, Οκτώβριος 2019

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1	Τύποι δεξαμενών αποθήκευσης .....	1
1.2	Περιγραφή φαινομένου sloshing .....	7
1.3	Θεωρία γραμμικού κύματος .....	11
2.	ΘΕΩΡΙΑ.....	13
2.1	Fluid Structure Interaction.....	13
2.1.1	Γενική Διατύπωση του Προβλήματος FSI .....	16
2.1.2	Διατύπωση εξισώσεων συζευγμένου προβλήματος .....	20
2.1.3	Αλγόριθμοι επίλυσης FSI.....	25
2.2	VOF – Volume of Fluid .....	36
2.3	Το Μοντέλο Τύρβης k-epsilon στο ANSYS .....	39
3.	ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ ANSYS .....	43
3.1	Επιλογή των Solver και γεωμετρία διάταξης .....	43
3.2	Υπολογιστική μοντελοποίηση ρευστού .....	46
3.2.1	Διαμόρφωση πλέγματος ρευστού .....	46
3.2.2	Εισαγωγή μοντέλου στο CFX.....	52
3.2.3	Μοντέλο Τύρβης .....	54
3.2.4	Συνοριακές συνθήκες.....	57
3.3	Υπολογιστική μοντελοποίηση κατασκευής.....	60
3.3.1	Διαμόρφωση πλέγματος κατασκευής .....	60
3.3.2	Δυνάμεις και μετατοπίσεις .....	65
3.4	Περιγραφή επίλυσης FSI του πακέτου ANSYS .....	68
4.	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	72
4.1	Οπτικοποίηση Τάσεων και Παραμορφώσεων .....	72
4.2	Σχηματική Απεικόνιση Στάθμης Υγρού Δεξαμενής .....	77
5.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ .....	82
6.	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	84

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

<b>Σχήμα 1.1:</b> Δεξαμενή σταθερής οροφής. ....	2
<b>Σχήμα 1.2:</b> Δεξαμενή εξωτερικής πλωτής οροφής. ....	3
<b>Σχήμα 1.3:</b> Δεξαμενή εσωτερικής πλωτής οροφής. ....	3
<b>Σχήμα 1.4:</b> Δεξαμενή εξωτερικής πλωτής οροφής με θόλο. ....	4
<b>Σχήμα 1.5:</b> Οριζόντιες δεξαμενές. ....	4
<b>Σχήμα 1.6:</b> Δεξαμενές πίεσης. ....	5
<b>Σχήμα 1.7:</b> Δεξαμενές μεταβλητού χώρου ατμού. ....	6
<b>Σχήμα 1.8:</b> Δεξαμενές φυσικού αερίου. ....	6
<b>Σχήμα 1.9:</b> Αστοχίες δεξαμενών λόγω σεισμού. Elephant’s foot και κατάρρευση τοιχώματος. ....	8
<b>Σχήμα 1.10:</b> Ωστικές (impulsive) και Επαγωγικές (convective) συνιστώσες της υδροδυναμική πίεσης. ....	9
<b>Σχήμα 1.11:</b> Μηχανικό ανάλογο μάζας-ελατηρίων. ....	10
<b>Σχήμα 1.12:</b> Πειραματικά Μοντέλα (αριστερά) και Προσομοίωση Υπολογιστικών Μοντέλων (δεξιά) για δεξαμενές με κυκλική και τετράγωνη διατομή. ....	11
<b>Σχήμα 1.13:</b> Κίνηση γραμμικού κύματος. ....	12
<b>Σχήμα 2.1:</b> Αλληλεπίδραση ρευστού - κατασκευής. ....	13
<b>Σχήμα 2.2:</b> Κατηγορίες ανάλυσης FSI. ....	15
Συνεπώς η παρούσα εργασία διαπραγματεύεται την partitioned ανάλυση μιας two – way αλληλεπίδρασης ρευστού-κατασκευής. ....	15
<b>Σχήμα 2.3:</b> Σχηματική αναπαράσταση των πεδίων (ρευστού-στερεού) σε ένα FSI πρόβλημα. ....	16
<b>Σχήμα 2.4:</b> Παράδειγμα συνθήκης μη-ολίσθησης. ....	18
<b>Σχήμα 2.5:</b> Αναπαράσταση διεπιφάνειας (interface) ρευστού – κατασκευής. ....	19
<b>Σχήμα 2.6:</b> Γραφική αναπαράσταση του συμπλέγματος εξισώσεων. ....	22
<b>Σχήμα 2.7:</b> Conventional Serial Staggered Procedure. ....	26
<b>Σχήμα 2.8:</b> CSS: με ανακυκλικές επιλύσεις του ρευστού. ....	27
<b>Σχήμα 2.9:</b> CSS: παράλληλη διαδικασία ρευστού κατασκευής. ....	27
<b>Σχήμα 2.10:</b> ISS: βελτιωμένη διαδικασία πάντα κατά C. Farhat. ....	28
<b>Σχήμα 2.11:</b> IPS: βελτιωμένη παράλληλη κλιμακωτή διαδικασία. ....	31
<b>Σχήμα 3.1:</b> Διάγραμμα σύνδεσης modules Ansys Workbench. ....	43

<b>Σχήμα 3.2:</b> Επιλογή υλικών. ....	44
<b>Σχήμα 3.3:</b> Γεωμετρία στερεού στο geometry.....	45
<b>Σχήμα 3.4:</b> Γεωμετρία ρευστού στο geometry. ....	45
<b>Σχήμα 3.5:</b> Κατηγορίες κελιών για τρισδιάστατα πλέγματα. ....	48
<b>Σχήμα 3.6:</b> Κατηγορίες κελιών για δισδιάστατα πλέγματα.....	48
<b>Σχήμα 3.6:</b> Στοιχεία πλέγματος ρευστού HEX8 και WED6.....	49
<b>Σχήμα 3.7:</b> Διακριτοποίηση γεωμετρίας ρευστού. ....	50
<b>Σχήμα 3.8:</b> Ρυθμίσεις Sweep Method και Body Sizing. ....	50
<b>Σχήμα 3.9:</b> Aspect Ratio πλέγματος ρευστού. ....	51
<b>Σχήμα 3.10:</b> Skewness πλέγματος ρευστού.....	51
<b>Σχήμα 3.11:</b> Orthogonal Quality πλέγματος ρευστού. ....	52
<b>Σχήμα 3.12:</b> Περιβάλλον CFX. ....	53
<b>Σχήμα 3.13:</b> Καθορισμός τύπου ανάλυσης.....	53
<b>Σχήμα 3.14:</b> Βασικές ρυθμίσεις Domain ρευστού. ....	54
<b>Σχήμα 3.15:</b> Ρευστοδυναμικό μοντέλο. ....	54
<b>Σχήμα 3.16:</b> Ρυθμίσεις επιφανειακής τάσης των δυο ρευστών.....	55
<b>Σχήμα 3.17:</b> Καταχώρηση εξισώσεων για την έλεγχο ύψους ρευστού.....	55
<b>Σχήμα 3.18:</b> Αρχικοποίηση ανάλυσης fluid domain. ....	56
<b>Σχήμα 3.19:</b> Ρυθμίσεις Boundary Conditions. ....	57
<b>Σχήμα 3.20:</b> Ρυθμίσεις Mesh Motion. ....	57
<b>Σχήμα 3.21:</b> Ρυθμίσεις Solver Control. ....	58
<b>Σχήμα 3.22:</b> Διάγραμμα ροής Segregated λύσης. ....	59
<b>Σχήμα 3.23:</b> Προχωρημένες ρυθμίσεις Solver Control.....	59
<b>Σχήμα 3.24 :</b> Πλέγμα στερεού σώματος στο mesher του Workbench.....	60
<b>Σχήμα 3.25 :</b> Στοιχεία πλέγματος SHELL181 και TRI3.....	61
<b>Σχήμα 3.26 :</b> Ρυθμίσεις για τη δημιουργία πλέγματος .....	61
<b>Σχήμα 3.27 :</b> Aspect ratio πλέγματος στερεού. ....	62
<b>Σχήμα 3.28 :</b> Skewness πλέγματος στερεού. ....	63
<b>Σχήμα 3.29 :</b> Διάγραμμα ποιότητας πλέγματος συναρτήσει skewness.....	63
<b>Σχήμα 3.30 :</b> Διάγραμμα ποιότητας πλέγματος συναρτήσει orthogonal quality. ....	63

<b>Σχήμα 3.31 :</b>	Orthogonal Quality πλέγματος στερεού.....	64
<b>Σχήμα 3.32 :</b>	Εφαρμογή της επιτάχυνσης της βαρύτητας στο στερεό.....	65
<b>Σχήμα 3.33 :</b>	Χρονοσειρά μετατοπίσεων στερεού σώματος.....	65
<b>Σχήμα 3.34 :</b>	Φθίνουσα περίοδος ταλάντωση συανρτήση χρόνου. ....	66
<b>Σχήμα 3.35 :</b>	Επιτάχυνση βάσης δεξαμενής συναρτήσε χρόνου. ....	66
<b>Σχήμα 3.36 :</b>	Εφαρμογή των μετατοπίσεων στο πυθμένα της δεξαμενής.....	67
<b>Σχήμα 3.37 :</b>	Ορισμός επιφανειών αλληλεπίδρασης ρευστού στερεού.....	67
<b>Σχήμα 3.38 :</b>	2-way FSI solver. ....	68
<b>Σχήμα 3.39 :</b>	Ανάλυση αμφίδρομης μεθόδου αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού (FSI). ....	69
<b>Σχήμα 3.40 :</b>	Περιβάλλον System Coupling. ....	69
<b>Σχήμα 3.41 :</b>	Δεδομένα Data Transfer 1. ....	70
<b>Σχήμα 3.43 :</b>	Ρυθμίσεις ανάλυσης System Coupling .....	71
<b>Σχήμα 4.1 :</b>	Τάσεις Von Mises XY και YZ για t=15.3s .....	73
<b>Σχήμα 4.2 :</b>	Elastic Strain XY και YZ για t=15.3s .....	73
<b>Σχήμα 4.3 :</b>	Τάσεις Von Mises XY και YZ για t=15.4s .....	74
<b>Σχήμα 4.4 :</b>	Elastic Strain XY και XZ για t=15.4s .....	74
<b>Σχήμα 4.5 :</b>	Τάσεις Von Mises XY και YZ για t=15.5s .....	75
<b>Σχήμα 4.6 :</b>	Elastic Strain XY και YZ για t=15.5s .....	75
<b>Σχήμα 4.7 :</b>	Τάσεις Von Mises XY και YZ για t=15.6s .....	76
<b>Σχήμα 4.8 :</b>	Elastic Strain XY και YZ για t=15.6s .....	76
<b>Σχήμα 4.9 :</b>	Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για t=6s και Von Mises Stress.....	77
<b>Σχήμα 4.10 :</b>	Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για t=6.2s και Von Mises Stress.....	77
<b>Σχήμα 4.11 :</b>	Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για t=6.4s και Von Mises Stress.....	78
<b>Σχήμα 4.12 :</b>	Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για t=6.6s και Von Mises Stress.....	78
<b>Σχήμα 4.13 :</b>	Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για t=6.8s και Von Mises Stress.....	79
<b>Σχήμα 4.14 :</b>	Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για t=7s και Von Mises Stress.....	79
<b>Σχήμα 4.15 :</b>	Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για t=7.2s και Von Mises Stress.....	80
<b>Σχήμα 4.16 :</b>	Διάγραμμα μέγιστης τάσης Von Mises συναρτήσε του χρόνου .....	81
<b>Σχήμα 4.17 :</b>	Διάγραμμα Elastic Strain συναρτήσε του χρόνου .....	81



## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι δεξαμενές υγρών, μεγάλης χωρητικότητας, παίζουν σημαντικό ρόλο στα συστήματα ύδρευσης και άρδευσης, στην βιομηχανία καυσίμου, στις θαλάσσιες κατασκευές και στα πλοία, καθώς επίσης χρησιμοποιούνται κατά κόρον σε πυρηνικά εργοστάσια και σε εργοστάσια χημικών προϊόντων. Συνεπώς, αποτελούν αναπόσπαστα στοιχεία της αποθήκευσης, μεταφοράς αλλά και επεξεργασίας διαφόρων ρευστών και κατά τη λειτουργία τους υπόκεινται σε ποικίλες μορφές καταπόνησης. Επομένως, πρέπει να δοθεί μεγάλη προσοχή στο σχεδιασμό της δεξαμενής, ούτως ώστε να εντοπιστούν και να προληφθούν όλες οι πιθανές αιτίες και μορφές αστοχιών.

Η παρούσα εργασία καταπιάνεται με την συμπεριφορά μιας δεξαμενής ρευστού σε σεισμική δόνηση και τα επακόλουθα φαινόμενα sloshing που λαμβάνουν χώρα. Ο όρος sloshing περιγράφει την παραμετρική αστάθεια, δηλαδή τις ταλαντώσεις της ελεύθερης επιφάνειας ενός ρευστού το οποίο περιέχεται σε μία μερικώς γεμάτη δεξαμενή. Η σεισμική ανάλυση εφαρμόζεται σε κυλινδρική λεπτότοιχη δεξαμενή από χάλυβα, η οποία στηρίζεται στο έδαφος κατακόρυφα και ως περιεχόμενο ρευστό έχει επιλεγεί το νερό.

Η σεισμική ανάλυση και η εκτίμηση των αποτελεσμάτων γίνεται με χρήση υπολογιστικού αριθμητικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων στο λογισμικό ANSYS.

Ο κύριος στόχος είναι να προσομοιωθεί ικανοποιητικά με χρήση υπολογιστικών μοντέλων η καταπόνηση της δεξαμενής υπό σεισμό, ο καθορισμός των σεισμικών χαρακτηριστικών της, και η ανάλυση της κατανομής των επακόλουθων τάσεων και των παραμορφώσεων που προκαλούνται από το φαινόμενο sloshing. Η εργασία έχει ως επιπρόσθετο στόχο την διερεύνηση των δυνατοτήτων του υπολογιστικού λογισμικού για ένα πρόβλημα αλληλεπίδρασης ρευστού – κατασκευής, την μελέτη των μεθόδων ανάλυσης που διαθέτει και γενικά του τρόπου λειτουργίας του.

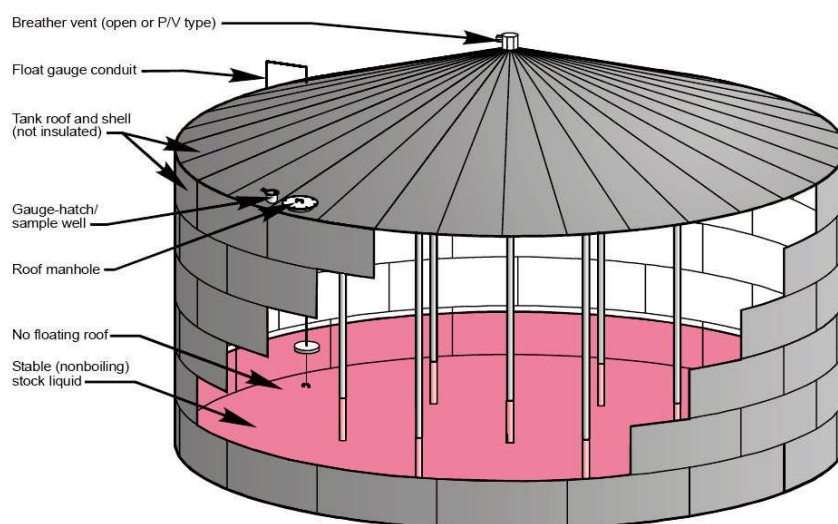
### 1.1 Τύποι δεξαμενών αποθήκευσης

Οι παρακάτω 8 τύποι δεξαμενών είναι οι πιο διαδεδομένοι για την αποθήκευση ρευστών:

#### 1. Δεξαμενή Σταθερής Οροφής

Ο συγκεκριμένος τύπος δεξαμενής αποτελείται από κυλινδρικό κέλυφος χαλύβδινης κατασκευής με καθορισμένο ύψος οροφής. Το ύψος, καθώς και το σχήμα (κωνικό, θόλος, επίπεδο) εξαρτάται αποκλειστικά από τον σχεδιαστή ανάλογα με την χρήση για την οποία προορίζεται. Οι δεξαμενές αυτού του τύπου είναι ελεύθερα

αεριζόμενες ή είναι εφοδιασμένες με εξαεριστήρα πίεσης/κενού, ο οποίος επιτρέπει στην δεξαμενή να λειτουργεί σε συνθήκες χαμηλής εσωτερικής πίεσης, ούτως ώστε να προλαμβάνεται η δημιουργία ατμών που προκαλείται από τις μεταβολές στη στάθμη, στη θερμοκρασία και την πίεση.

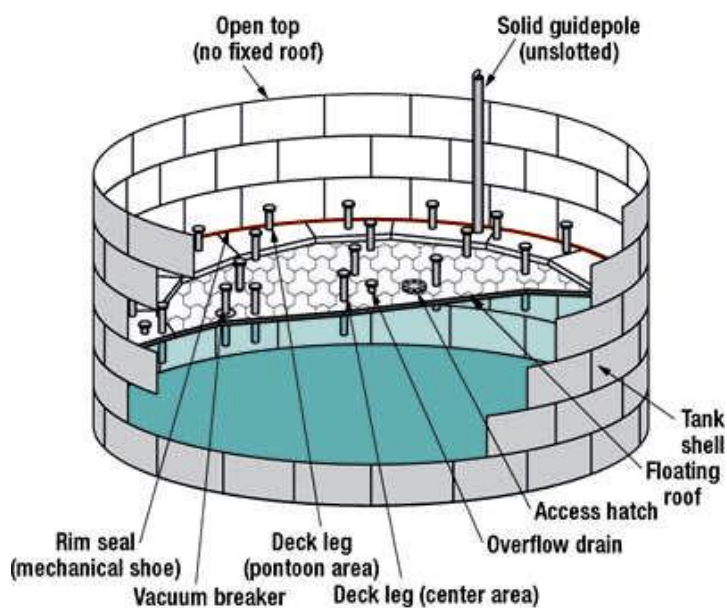


Σχήμα 1.1: Δεξαμενή σταθερής οροφής.

## 2. Δεξαμενή Εξωτερικής Πλωτής Οροφής

Ο συγκεκριμένος τύπος δεξαμενής αποτελείται από ανοιχτό κυλινδρικό κέλυφος χαλύβδινης κατασκευής, με οροφή ικανή να επιπλέει/ακολουθεί την επιφάνεια του αποθηκευμένου υγρού καθώς αυτή μεταβάλλεται εξαιτίας διεργασιών όπως πλήρωση, εκκένωση, συστολής/διαστολή λόγω μεταβολής θερμοκρασίας αλλά και την θέση την δεξαμενής σε κίνηση λόγω π.χ. σεισμού. Η πλωτή οροφή αποτελείται συνήθως από τον πλωτήρα (deck) και τη στεφάνη σφραγίσματος (rim seal system). Ο πλωτήρας της οροφής, ο οποίος αποτελείται από συγκολλημένες χαλύβδινες πλάκες, διακρίνεται σε *μονού στρώματος* (pontoon) και *διπλού στρώματος* (double-deck). Ο σχεδιασμός και η χρήση των δεξαμενών αυτών αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση των απωλειών του περιεχόμενου υγρού λόγω εξάτμισης.

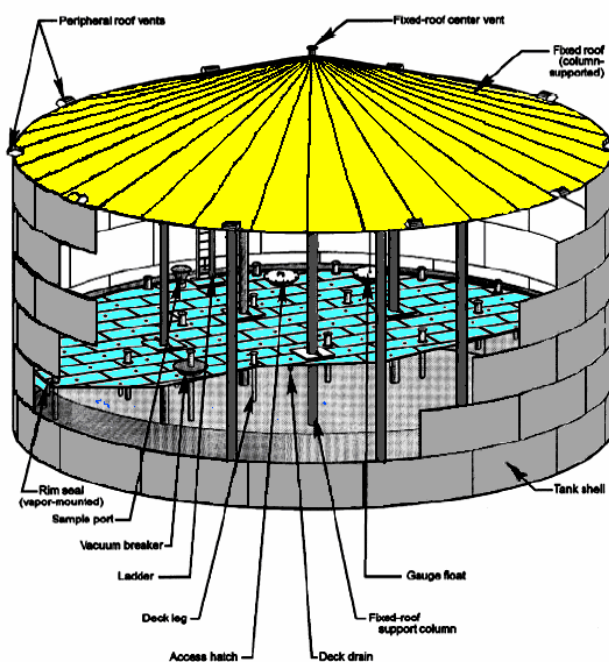




Σχήμα 1.2: Δεξαμενή εξωτερικής πλωτής οροφής.

### 3. Δεξαμενή Εσωτερικής Πλωτής Οροφής

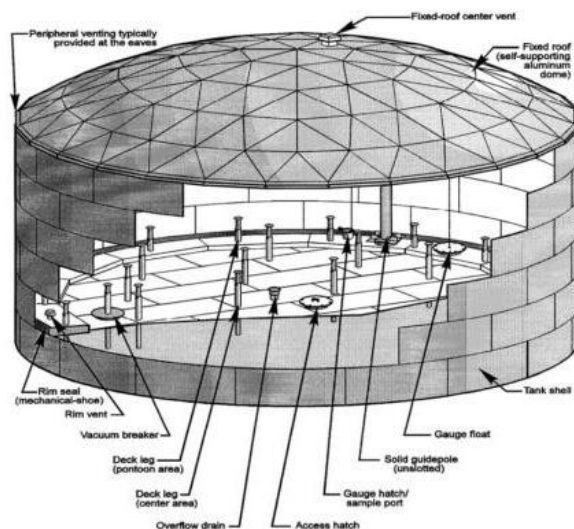
Οι δεξαμενές εσωτερικής πλωτής οροφής διακρίνονται σε αυτές των οποίων η μόνιμη εξωτερική οροφή στηρίζεται σε κατακόρυφη δοκό, η οποία βρίσκεται εσωτερικά και σε αυτές των οποίων η μόνιμη εξωτερική οροφή στηρίζεται χωρίς εσωτερική υποστήριξη. Ο παραπάνω διαχωρισμός οφείλεται κυρίως στο ότι στη βιομηχανία συναντώνται δεξαμενές, οι οποίες έχουν μετασχηματιστεί από δεξαμενές σταθερής οροφής σε δεξαμενές σταθερής εξωτερικής οροφής με εσωτερική πλωτή οροφή.



Σχήμα 1.3: Δεξαμενή εσωτερικής πλωτής οροφής.

#### 4. Δεξαμενή Εξωτερικής Πλωτής Οροφής με Θόλο

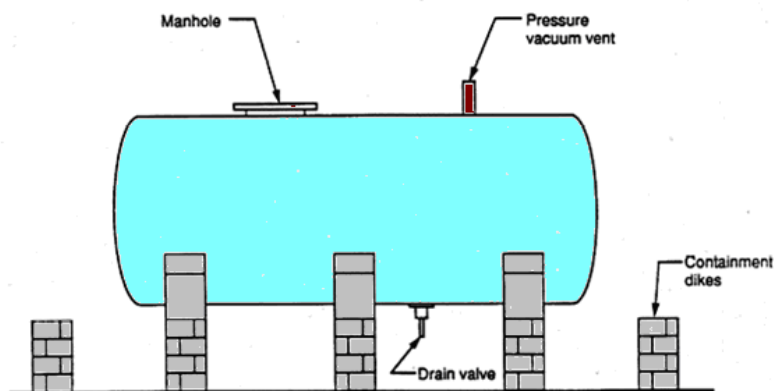
Ο συγκεκριμένος τύπος δεξαμενής συνήθως αποτελεί μετασκευή δεξαμενών εσωτερικής πλωτής δεξαμενής. Η διαφορά της δεξαμενής αυτής έγκειται στο γεγονός ότι ο πλωτήρας της είναι βαρύτερος και η τοποθέτηση του θόλου γίνεται με σκοπό, όχι την πρόληψη εξάτμισης του περιεχόμενου υγρού, αλλά την παρεμπόδιση της επίδρασης του ανέμου



Σχήμα 1.4: Δεξαμενή εξωτερικής πλωτής οροφής με θόλο.

#### 5. Οριζόντιες Δεξαμενές

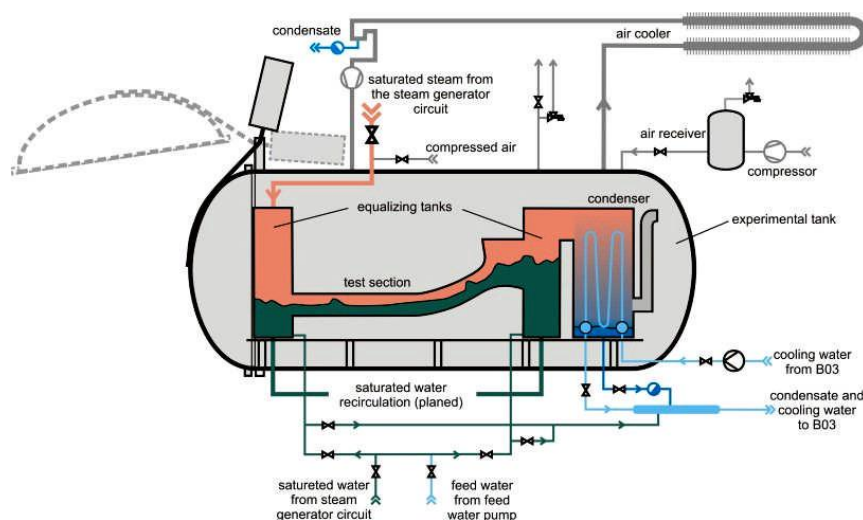
Οι οριζόντιες δεξαμενές προορίζονται για χρήση τόσο πάνω από το έδαφος όσο και για υπόγεια χρήση. Είναι συνήθως κατασκευασμένες από χάλυβα, χάλυβα με στρώσεις υαλοβάμβακα ή από πολυεστέρες ενισχυμένους με υαλοβάμβακα. Οι δεξαμενές αυτές έχουν τυπικά μικρό μέγεθος και κατασκευάζονται έτσι ώστε το μήκος τους να μην ξεπερνάει το δπλάσιο της διαμέτρου και αυτό γίνεται για να εξασφαλιστεί η δομική ακεραιότητά τους. Συχνά εξοπλίζονται με εξαεριστήρες πίεσης/κενού, φρεάτια πρόσβασης, καταπακτές για μετρήσεις και δειγματοληψία. Τέλος, σε υπόγειες οριζόντιες δεξαμενές εφαρμόζεται καθοδική προστασία (cathodic protection) ώστε να προληφθεί η οξείδωσή τους.



Σχήμα 1.5: Οριζόντιες δεξαμενές.

## 6. Δεξαμενή Πίεσης

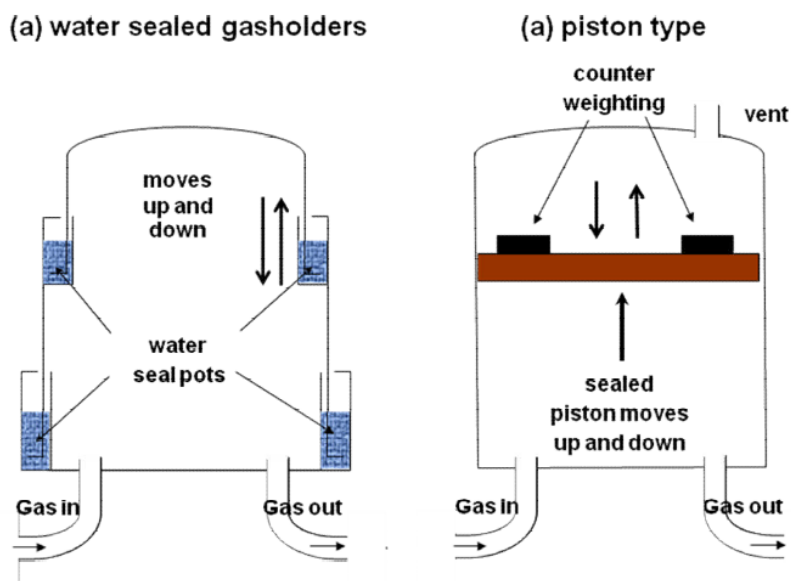
Δύο κατηγορίες στις οποίες διακρίνονται οι εν λόγω δεξαμενές είναι: χαμηλής πίεσης και υψηλής πίεσης λειτουργίας. Οι δεξαμενές πίεσης χρησιμοποιούνται συνήθως για την αποθήκευση οργανικών ρευστών και αερίων με υψηλές πιέσεις ατμού. Οι δεξαμενές αυτού του τύπου είναι εξοπλισμένες με εξαεριστήρα πίεσης/κενού με σκοπό την πρόληψη απωλειών εξάτμισης λόγω βρασμού και μεταβολών της θερμοκρασίας και της βαρομετρικής πίεσης κατά την διάρκεια του 24ώρου.



Σχήμα 1.6: Δεξαμενές πίεσης.

## 7. Δεξαμενές Μεταβλητού Χώρου Ατμού

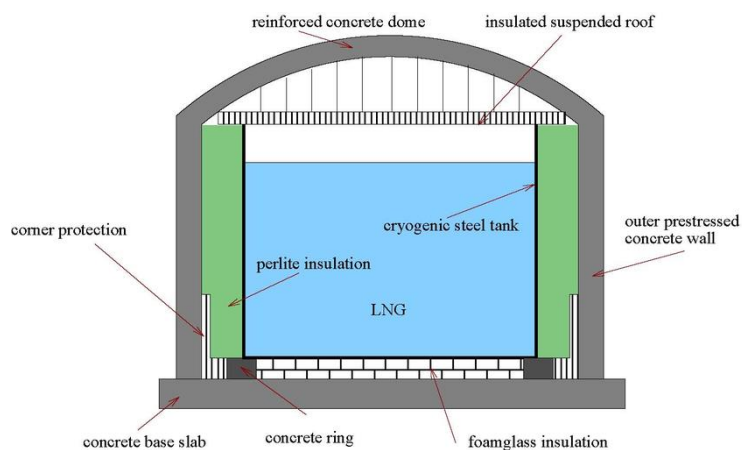
Οι δεξαμενές μεταβλητού χώρου ατμού, είναι εξοπλισμένες με εκτατά ρεζερβουάρ ατμού ούτως ώστε να προσαρμόζονται σύμφωνα με τις μεταβολές του όγκου του περιεχόμενου ατμού που οφείλονται σε θερμοκρασιακές ή βαρομετρικές μεταβολές.



Σχήμα 1.7: Δεξαμενές μεταβλητού χώρου ατμού.

## 8. Δεξαμενές Φυσικού Αερίου

Οι δεξαμενές αυτές είναι ένας εξειδικευμένος τύπος δεξαμενής που χρησιμοποιείται για την αποθήκευση υγροποιημένου φυσικού αερίου. Οι δεξαμενές αποθήκευσης LNG μπορεί να στηρίζονται στο έδαφος, να είναι ανυψωμένες ή επάνω σε υγαρεριοφόρα πλοία. Το βασικό χαρακτηριστικό των δεξαμενών αυτών είναι η δυνατότητα τους να αποθηκεύουν φυσικό αέριο σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες.



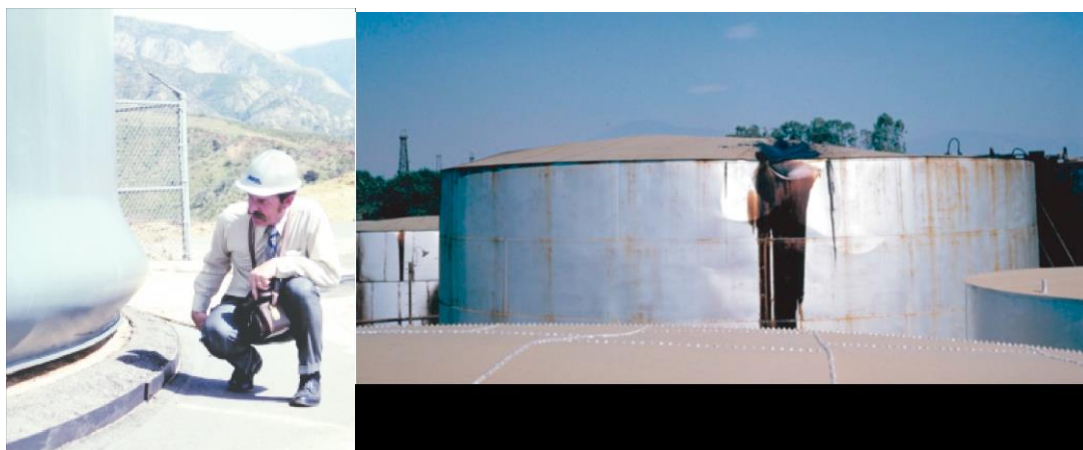
Σχήμα 1.8: Δεξαμενές φυσικού αερίου.

## 1.2 Περιγραφή φαινομένου sloshing

Ο όρος sloshing (κλυδασμός) αναφέρεται στην κίνηση ενός ρευστού που περιέχεται σε ένα αντικείμενο το οποίο συνήθως είναι σε κίνηση. Είναι ουσιαστικά ο βίαιος κυματισμός της ελεύθερης επιφάνειας μιας μερικώς γεμισμένης δεξαμενής ή δοχείου. Αποτελεί αντικείμενο μελέτης σε διάφορους τομείς της μηχανικής, όπως για παράδειγμα το sloshing των προωθητικών καυσίμων στις δεξαμενές διαστημικών οχημάτων και των πυραύλων, sloshing στα ρευστά φορτία (π.χ. καύσιμα) φορτηγών και φορτηγών πλοίων, οι παλινδρομήσεις που προκαλούνται εξαιτίας ενός σεισμού στο νερό σε μια μεγάλη δεξαμενή ύδρευσης κ.α.

Όταν λαμβάνει χώρα το φαινόμενο sloshing, δημιουργείται δυναμική πίεση εξαιτίας της αλληλεπίδρασης του ρευστού με το τοίχωμα της δεξαμενής, με αποτέλεσμα να προκαλούνται μεγάλες παραμορφώσεις στη δεξαμενή καθώς επίσης και στην υποδομή που τη στηρίζει.

Κατά τη διάρκεια ενός σεισμού, εξαιτίας τις σεισμικής διέγερσης, προκαλούνται αστοχίες στις δεξαμενές με αποτέλεσμα τις απώλειες πόρων, την αύξηση του κόστους αποκατάστασης των ζημιών και πιθανά την πρόκληση ατυχημάτων και την διακινδύνευση ζωών. Εν γένει, η θέση μιας δεξαμενής σε σεισμική διέγερση μπορεί να προκαλέσει πληθώρα μηχανικών προβλημάτων και αστοχιών, όπως: κατάρρευση των λεπτότοιχων δεξαμενών λόγω υδροστατικής πίεσης, αποκόλληση της πλάκας έδρασης από το περιμετρικό κέλυφος, παραμόρφωση τύπου “elephant’s foot”, διάρρηξη του χαλύβδινου κελύφους σε σημεία ενώσεων με τη σωλήνωση, κατάρρευση του πύργου υποστήριξης ανυψωμένης δεξαμενής, βύθιση της πλωτής οροφής, ρωγμές σε δεξαμενές από οπλισμένο σκυρόδεμα – στηριζόμενες στο έδαφος κλπ. Αιτία των αστοχιών αυτών, εξ ολοκλήρου ή σε κάποιο βαθμό αποτελεί και το φαινόμενο του sloshing και συνεπώς προκαλεί έντονο προβληματισμό στους σχεδιαστές σχετικά με την ασφάλεια αλλά και την αποτελεσματικότητα μιας δεξαμενής.



**Σχήμα 1.9:** Αστοχίες δεξαμενών λόγω σεισμού. Elephant's foot και κατάρρευση τοιχώματος.

Οι δεξαμενές διακρίνονται σε αγκυρωμένες και μη-αγκυρωμένες ανάλογα με το αν συγκρατούνται ή όχι σταθερά στο έδαφος με αγκύρια. Οι αστοχίες στις αγκυρωμένες δεξαμενές περιλαμβάνουν αστοχίες στη θεμελίωση, στις στηρίξεις και στα κελύφη λόγω θλίψης. Σε αντίθεση με τις αγκυρωμένες δεξαμενές οι οποίες δεν επιτρέπουν το ανασήκωμά τους, οι δεξαμενές που δε φέρουν αγκυρώσεις είναι πιθανό να ανασηκωθούν λόγω της κατακόρυφης κίνησης που δημιουργούν στο τοίχωμα οι υδροδυναμικές πιέσεις που προκαλεί ο σεισμός.

Στην περίπτωση δεξαμενών οι οποίες στηρίζονται στο έδαφος, ένας σεισμός μπορεί να προκαλέσει έντονο sloshing με συνέπεια την αύξηση της υδροδυναμικής πίεσης στα τοιχώματα της δεξαμενής. Αντίστοιχα, σε δεξαμενές πλοίων, το έντονο sloshing με την αύξηση της πίεσης προκαλεί αστοχίες στο τοίχωμα με αποτέλεσμα την αλληλεπίδραση του φερόμενου ρευστού με το εξωτερικό νερό. Αυτό έχει ως συνέπεια συχνά, την μόλυνση των θαλάσσιων υδάτων και των ωκεανών. Αντίστοιχα η διαρροή τοξικών στοιχείων από μια βιομηχανική δεξαμενή, μπορεί να είναι αιτία μόλυνσης του εδάφους.

Συνεπώς, το sloshing όχι μόνο θα έχει αντίκτυπο στην ακεραιότητα τις κατασκευής, αλλά κατ' επέκταση, οι συνέπειες των αστοχιών αυτών θα συμβάλουν στην συνολικότερη καταστροφή του περιβάλλοντος χώρου και ενδεχομένως του οικοσυστήματος. Έτσι, καθίσταται προφανής η ανάγκη εκτίμησης των υδροδυναμικών πιέσεων καθώς επίσης και η ανάγκη πλήρους ανάλυσης της αλληλεπίδρασης μεταξύ ρευστού και στερεού σε μία δεξαμενή υπό σεισμό.

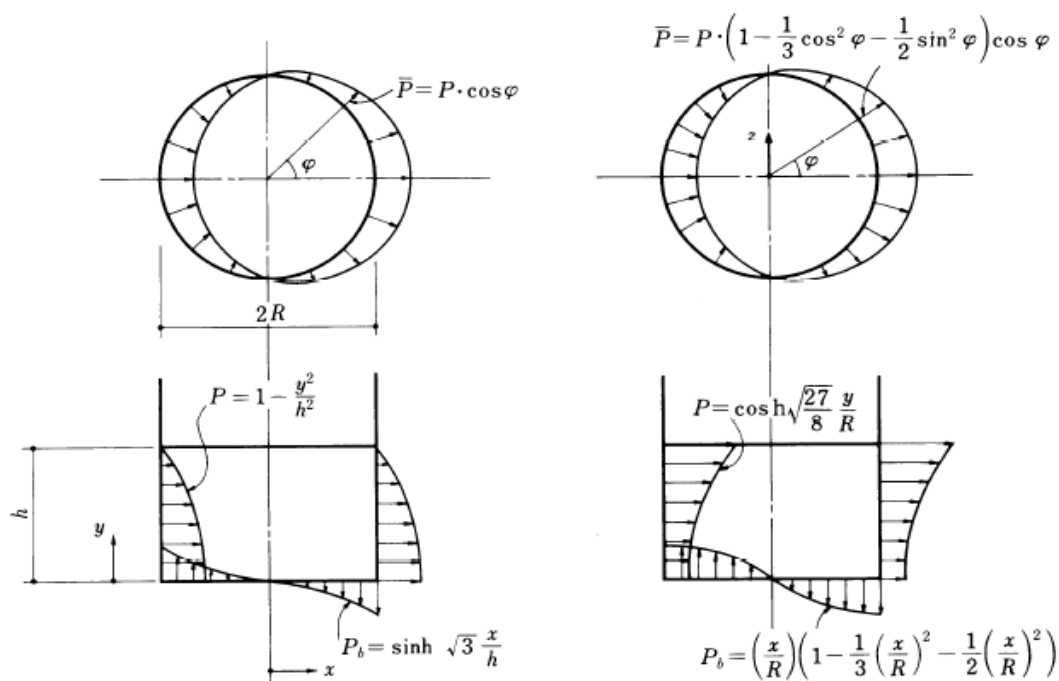
Η διέγερση της βάσης μίας δεξαμενής από μία σεισμική δόνηση συντελεί σε δονήσεις του ρευστού περιεχομένου. Κατά τη μελέτη της υδροδυναμικής ρευστών σε άκαμπτες δεξαμενές με άκαμπτη θεμελίωση, παρατηρείται ένα μέρος του ρευστού που κινείται με μεγάλη περιοδικά κίνηση θραύσης και το υπόλοιπο κινείται άκαμπτα μαζί με τα τοιχώματα της δεξαμενής. Τα φαινόμενα του

κυματισμού της ελεύθερης επιφάνειας υγρών σε δεξαμενές, μπορούν συνήθως να περιγραφούν, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τη ροή του ρευστού στις δύο διαστάσεις.

Γενικά, η υδροδυναμική πίεση των ρευστών σε κινούμενα άκαμπτα δοχεία περιλαμβάνει δύο διακριτές συνιστώσες. Η μία είναι άμεσα συσχετισμένη με την επιτάχυνση της δεξαμενής και προκαλείται από το μέρος του υγρού που κινείται με την ταχύτητα της δεξαμενής. Η δεύτερη συνιστώσα αντιπροσωπεύει την κίνηση της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού.

Η πρώτη και πιο σημαντική για τη συμπεριφορά της δεξαμενής, γνωστή και ως «ωστική» ή «impulsive», επιδέχεται την ίδια επιτάχυνση με το έδαφος και καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την τέμνουσα βάσης και τη ροπή ανατροπής που θα αναπτυχθούν στην δεξαμενή. Η θεμελιώδης ωστική ιδιομορφή προσεγγίζει μια ιδιομορφή τύπου δοκού-προβόλου για οριζόντια κίνηση βάσης.

Η δεύτερη συνιστώσα, γνωστή και ως «επαγωγική» ή «convective», είναι συνδεδεμένη με το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής, καθώς σχετίζεται με το ύψος του κύματος θραύσης και είναι υπεύθυνη για τις αστοχίες στα ανώτερα τοιχώματα και την οροφή της δεξαμενής. Οι δύο κινήσεις μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητες μεταξύ τους λόγω της μεγάλης διαφοράς στις ιδιοπεριόδους μεταξύ ωστικής (0.1 s - 0.3 s) και επαγωγικής (2s - 6 s) κίνησης.



**Σχήμα 1.10:** Ωστικές (impulsive) και Επαγωγικές (convective) συνιστώσες της υδροδυναμική πίεσης.

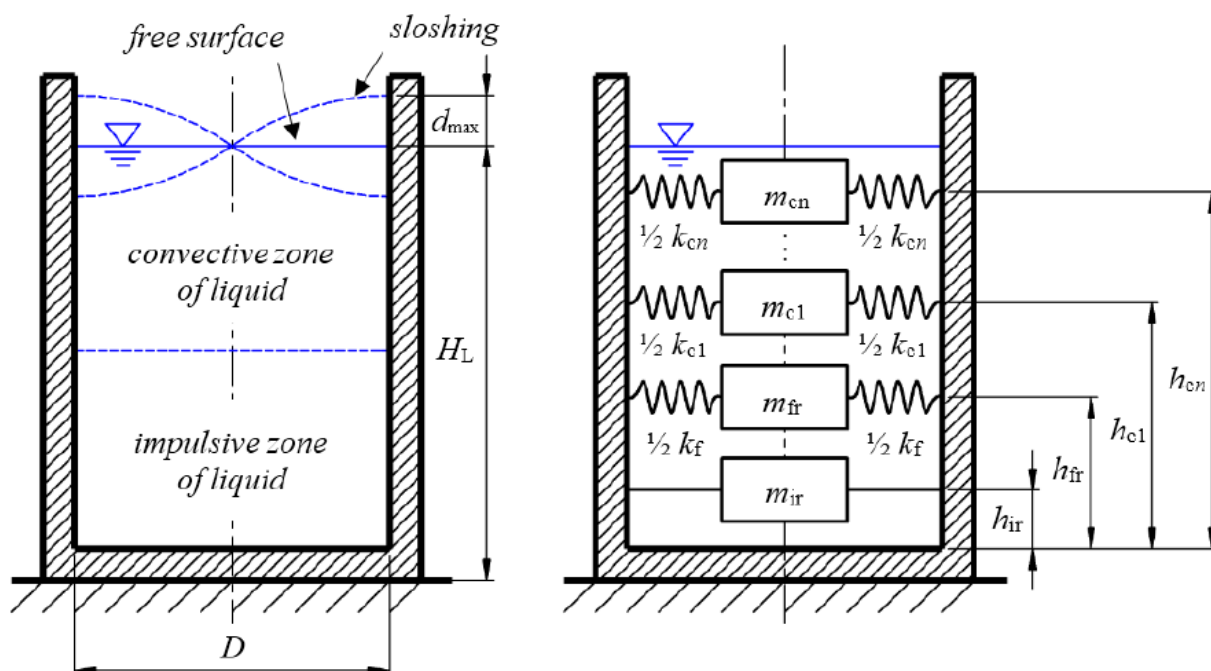


Στο μεγάλο σεισμό της Αλάσκα το 1964, πολλές δεξαμενές υπέστησαν τυπικές ζημιές όπως πυρκαγιά, κατάρρευση σε πλωτές οροφές (floating roof), υποχώρηση σε σταθερές οροφές (fixed roof) και αστοχίες στα δομικά συστήματα υποστήριξης των δεξαμενών.

Την ίδια χρονιά, στην Ιαπωνία, πολλές δεξαμενές πετρελαίου επλήγησαν εξαιτίας του φαινομένου sloshing που προκλήθηκε από τον σεισμό στην πόλη Niigata. Παρόμοιες ζημιές προκλήθηκαν στις εγκαταστάσεις δεξαμενών της χώρας, το 1983, από το σεισμό Nihonkai-Chubu στα ανοιχτά της Ιαπωνικής Θάλασσας, 100km από την ακτή της πόλης Noshiro, καθώς και εξαιτίας του σεισμού Tokachi-Oki, που έλαβε χώρα στα ανοιχτά της ακτογραμμής του νησιού Hokaido το 2003.

Τέλος, ζημιές στα συστήματα δεξαμενών που προκλήθηκαν από τον σεισμό του 1960 στη Χιλή και η επακόλουθη μελέτη και ανάλυση τους, οδήγησαν στην ανάπτυξη ενός απλού μηχανικού ανάλογου του συστήματος δεξαμενής – ρευστού από τον G.W. Housner το 1963. Αυτό το απλό μηχανικό ανάλογο, αποτέλεσε τη βάση της εκτίμησης της υδροδυναμικής πίεσης για τους περισσότερους κανονισμούς σχεδίασης δεξαμενών παγκοσμίως.

Κατά συνέπεια, αντίστοιχα ανάλογα αναπτύχθηκαν για το σχεδιασμό εύκαμπτων δεξαμενών, συμπεριλαμβάνοντας την επίδραση της εύκαμπτης δεξαμενής στην υδροδυναμική πίεση και την αλληλεπίδραση ρευστού – κατασκευής (Haroun et al, 1982 και Veletsos).

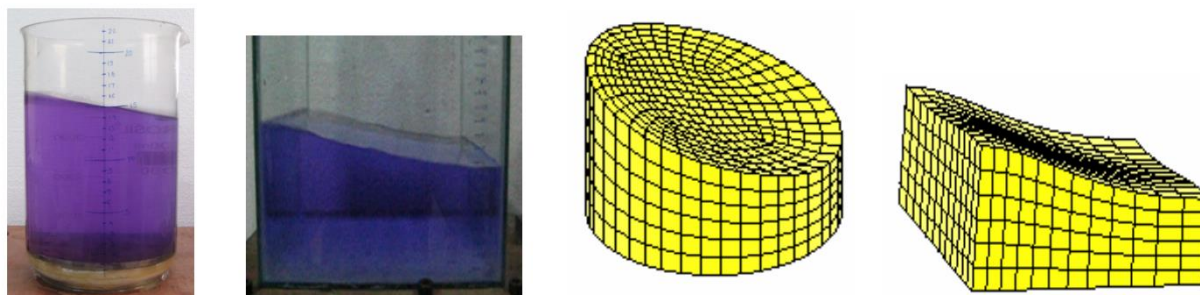


Σχήμα 1.11: Μηχανικό ανάλογο μάζας-ελατηρίων.



Με την ισχύ που απέκτησαν οι νέοι υπολογιστές και με την χρήση μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων, διεξήχθησαν ενδεδειγμένες αναλύσεις (W.K. Liu et al, 1982), οι οποίες επιβεβαίωσαν τα παραπάνω μηχανικά ανάλογα των συστημάτων δεξαμενής – ρευστού.

Επιπρόσθετα, έχουν διεξαχθεί και πειραματικές μελέτες στην δυναμική απόκριση των δεξαμενών (Haroun et al, 1982).



**Σχήμα 1.12:** Πειραματικά Μοντέλα (αριστερά) και Προσομοίωση Υπολογιστικών Μοντέλων (δεξιά) για δεξαμενές με κυκλική και τετράγωνη διατομή.

Γίνεται λοιπόν απαραίτητη η κατανόηση της δυναμικής συμπεριφορά της ελεύθερης επιφάνειας του ρευστού, ούτως ώστε, μηχανικοί και ερευνητές να κατανοήσουν την σύνθετη μορφή του sloshing και να αναπτύξουν μεθόδους που θα στοχεύουν στη μείωση των επιπτώσεων του sloshing με την δημιουργία κατασκευών ανθεκτικών στο φαινόμενο.

### 1.3 Θεωρία γραμμικού κύματος

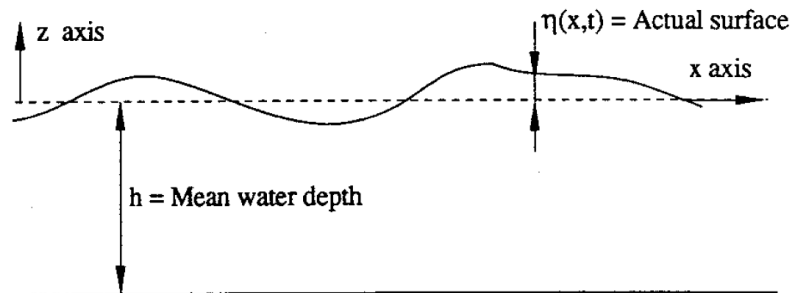
Η θεωρία γραμμικού κύματος είναι ένας από τους πρώτους τύπους μαθηματικής μοντελοποίησης που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση της κυματικής κίνησης. Αποτελεί τον πυρήνα της θεώρησης των κυμάτων επιφανείας και εφαρμόζεται ευρέως στην ωκεανολογία, θαλάσσια μηχανική και την ναυπηγική ενώ βρίσκει εφαρμογή και στην μελέτη της σεισμικής απόκρισης σε δεξαμενές αποθήκευσης ρευστών και κατ' επέκταση στη μελέτη του φαινομένου sloshing.

Η μαθηματική διατύπωση βασίζεται στην εξίσωση συνέχειας και την θεώρηση δυναμικής ροής (δηλαδή μια ασυμπίεστη (incompressible) και αστρόβιλη (irrotational), όπου μπορεί να οριστεί δυναμικό ταχύτητας  $\phi$  ώστε:  $\mathbf{v} = \nabla \phi$ ).

Η ασυμπιεστότητα, η αστρόβιλη ροή, η ροή ιδανικού ρευστού (ιξώδες, αντίσταση, τριβή αμελούνται), η μηδενική περιρρέουσα ταχύτητα (δεν υπάρχει ρεύμα - current) και οι κυματισμοί μικρού πλάτους είναι υποθέσεις που μπορούν να γίνουν σε μια απλοποιημένη ανάλυση μέσω της θεωρίας γραμμικού κύματος.

Η θεωρία αυτή για ένα τρισδιάστατο δοχείου ρευστού, δίνει την παρακάτω εξίσωση η οποία αντιπροσωπεύει την  $n^{th}$  ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης  $\omega_n$  σε ένα δοχείου μήκους  $l$  με ύψος στάθμης ρευστού  $h$ :

$$\omega_n^2 = \frac{n\pi g}{l} \tanh\left(\frac{n\pi h}{l}\right)$$



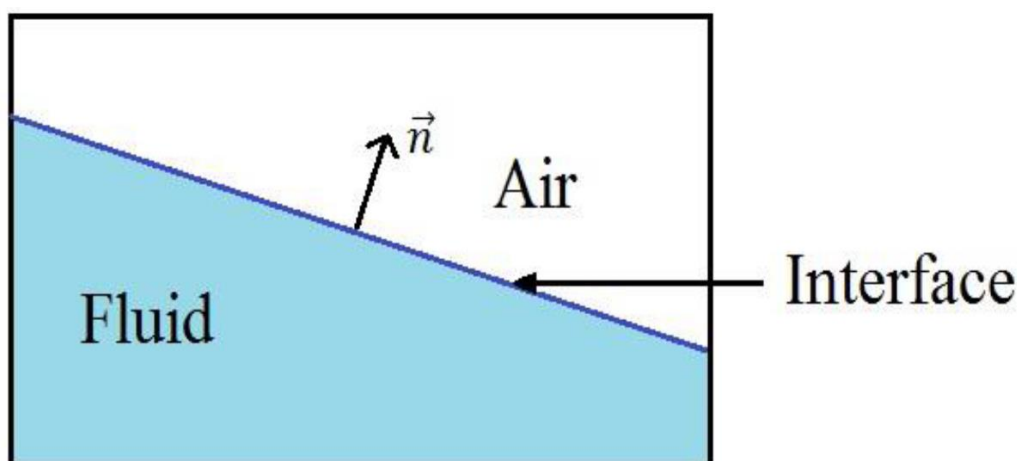
Σχήμα 1.13: Κίνηση γραμμικού κύματος

## 2. ΘΕΩΡΙΑ

### 2.1 Fluid Structure Interaction

Η μελέτη της φυσικής που διέπει την Αλληλεπίδραση Ρευστού – Κατασκευής ή Fluid- Structure Interaction αφορά ένα τεράστιο ερευνητικό πεδίο. FSI συναντάται στην ανάλυση του αεροδυναμικού flutter των πτερυγίων των αεροσκαφών, στην προσομοίωση καρδιαγγειακών συστημάτων, σε ροές με διακριτά σωματίδια ή pellets, στις μηχανές εσωτερικής καύσης και στους εναλλάκτες θερμότητας και βέβαια σε ροές ελεύθερης επιφάνειας.

Αυτά τα παραδείγματα χαρακτηρίζονται από την ταυτόχρονη ύπαρξη ρευστού και στερεού πεδίου, τα οποία αλληλεπιδρούν σε χρονικό και χωρικό επίπεδο. Η επίδραση των προβλημάτων FSI, λαμβάνεται υπόψιν, εφόσον η κλίμακα στην οποία το ρευστό και το στερεό πεδίο αλληλεπιδρούν, είναι τέτοια, ώστε να επιδρά σημαντικά στην φυσικές και μηχανικές ιδιότητες που χαρακτηρίζουν το κάθε πεδίο ανεξάρτητα. Κατά συνέπεια απαιτείται μία συζευγμένη (coupling) επίλυση των εξισώσεων που αφορούν κάθε πεδίο.



**Σχήμα 2.1:** Αλληλεπίδραση ρευστού - κατασκευής

Όπως αναφέρθηκε, η αριθμητική προσομοίωση με χρήση της αλληλεπίδρασης ρευστού – κατασκευής, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προβλεφθούν τα υδροδυναμικά φορτία που οφείλονται στις υψηλής ταχύτητας προσκρούσεις του ρευστού στο τοίχωμα και την οροφή μιας δεξαμενής λόγω sloshing.

Αυτές οι προσομοιώσεις στοχεύουν στη ελάττωση των πειραματικών δοκιμών. Οι τεχνικές μη-γραμμικών πεπερασμένων στοιχείων, διατυπωμένες κατά Lagrange ή/και Euler, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως αριθμητικές μέθοδοι για την κατάστρωση ενός μοντέλου προβλήματος sloshing.

Η αριθμητική ανάλυση του προβλήματος βασίζεται στην συζευγμένη επίλυση συστήματος (*system coupling*) με αλληλεπίδραση ρευστού – κατασκευής, ή αλλιώς *Fluid Structure Interaction (FSI)*.

Υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις κατά την κατάστροψη προβλημάτων αλληλεπίδρασης ρευστού - κατασκευής:

**Μονολιθική προσέγγιση (Monolithic approach):** Η ροή του ρευστού και οι μετατοπίσεις της κατασκευής διέπονται από εξισώσεις οι οποίες επιλύονται ταυτόχρονα με χρήση ενός ενιαίου solver.

**Διαχωρισμένη προσέγγιση (Partitioned approach):** Η ροή του ρευστού και οι μετατοπίσεις της κατασκευής διέπονται από ξεχωριστές εξισώσεις οι οποίες επιλύονται σε δύο διακριτούς solvers.

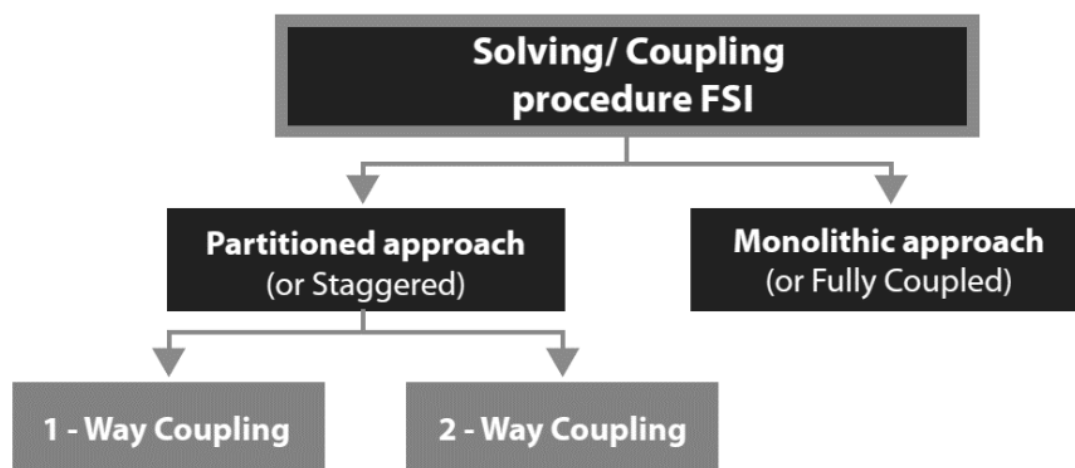
Η μονολιθική προσέγγιση απαιτεί την ανάπτυξη ενός κώδικα, συνήθως δύσκαμπτου, ειδικά σχεδιασμένου να υποστηρίξει τον συνδυασμό των δύο συγκεκριμένων φυσικών διεργασιών, για την επίλυση του προβλήματος, ενώ στη διαχωρισμένη προσέγγιση διατηρείται η αυτονομία του λογισμικού και του κώδικα, καθώς η επίλυση βασίζεται στη σύζευξη των αναλύσεων που διεξάγονται αρθρωτά σε έναν λύτη για τη ροή ρευστού και ένα λύτη για την κατασκευή. Σε αντίθεση, λοιπόν, με τον ενιαίο κώδικα της μονολιθικής προσέγγισης, η χωριστή προσέγγιση, επιτρέπει την επίλυση των εξισώσεων της ροής του ρευστού και της καταπόνησης της κατασκευής, με αποτελεσματικότερες τεχνικές, καθώς θα έχουν αναπτυχθεί συγκεκριμένα για την κάθε ανάλυση. Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει το διαχωρισμό του προβλήματος με τέτοιο τρόπο που θα το καθιστά πολύ πιο διαχειρίσιμο, δίνοντας μας τη δυνατότητα να ελέγχουμε την πρόοδο της διεργασίας επίλυσης.

Για τους παραπάνω λόγους, το αντικείμενο της εργασίας μας θα προσεγγισθεί με τον διαχωρισμό του προβλήματος σε δύο υποσύνολα και την σύζευξη των χωριστών αναλύσεων για κάθε υποσύνολο (*partitioned approach*).

Τα προβλήματα αλληλεπίδρασης ρευστού - κατασκευής χωρίζονται σε επίσης σε:

**One – way FSI:** ασθενής σύζευξη μεταξύ των λυτών ρευστού και κατασκευής. Χρησιμοποιείται κυρίως όταν οι κινήσεις αλλά και οι παραμορφώσεις της κατασκευής είναι μικρές και συνεπώς δεν επιδρούν σημαντικά στην κίνηση του ρευστού. Η γενική μεθοδολογία για την συγκεκριμένη κατηγορία για μία παραμορφώσιμη κατασκευή ξεκινά με ανάλυση υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD), τα αποτελέσματα της οποίας (πίεση, θερμοκρασία) εφαρμόζονται στην συνέχεια σε ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (FEA) για την κατασκευή, από την οποία λαμβάνονται τα τελικά αποτελέσματα (τάσεις, παραμορφώσεις).

**Two – way FSI:** ισχυρή σύζευξη των λυτών ρευστού και κατασκευής και εφαρμόζεται όταν η αλληλεπίδραση μεταξύ της ροής και της δομής είναι σημαντική. Τέτοιες περιπτώσεις είναι όταν οι παραμορφώσεις και η κίνηση της κατασκευής είναι μεγάλες, το νέο σχήμα της κατασκευής επηρεάζει το ροϊκό πεδίο γύρω από αυτήν και τα φορτία που δέχεται η κατασκευή μεταβάλλονται. Τα προβλήματα που εντάσσονται σε αυτήν την κατηγορία είναι μεταβατικά και συνεπώς τα αποτελέσματα των λυτών, όπως πίεση, μετατοπίσεις, μεταφέρονται συνεχώς.

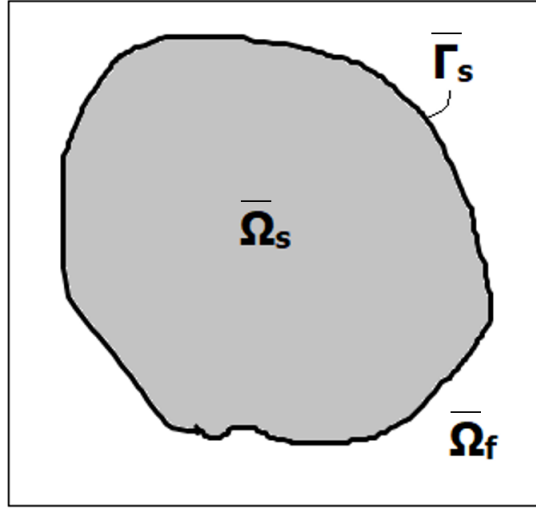


**Σχήμα 2.2:** Κατηγορίες ανάλυσης FSI

Συνεπώς η παρούσα εργασία διαπραγματεύεται την partitioned ανάλυση μιας two – way αλληλεπίδρασης ρευστού-κατασκευής.

### 2.1.1 Γενική Διατύπωση του Προβλήματος FSI

Το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού μπορεί να παρουσιαστεί με βάση την παρακάτω εικόνα. Εδώ φαίνεται το υπολογιστικό πεδίο ( $\Omega$ ) το οποίο βρίσκεται εντός του εξωτερικού συνόρου  $\Gamma$ . Το πεδίο περικλείει το στερεό τμήμα το οποίο αναπαρίσταται ως  $\Omega_s$  και γύρω από αυτό υπάρχει το πεδίο του ρευστού το οποίο αναπαρίσταται ως  $\Omega_f$ . Η διεπιφάνεια μεταξύ ρευστού-στερεού ορίζεται ως  $\Gamma_s = \Omega_s \cap \Omega_f$ . Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει αναλυτικά τα πεδία με τους αντίστοιχους ταχυστές τους.



**Σχήμα 2.3:** Σχηματική αναπαράσταση των πεδίων (ρευστού-στερεού) σε ένα FSI πρόβλημα.

Η γενική εξίσωση διατήρησης της γραμμικής ορμής, η οποία βάση της αρχής του D'Alembert ισχύει για το ρευστό και το στερεό χώρο είναι:

$$\rho \dot{v}_i - \sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (2.1)$$

Όπου  $f_i$  είναι η δύναμη η οποία ασκείται επί του σώματος, όπως η βαρύτητα. Ο δεύτερος όρος της εξίσωσης αντιπροσωπεύει τις τάσεις και εκφράζεται διαφορετικά για το ρευστό και το στερεό. Ειδικά στο πεδίο του στερεού η εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\rho^s \dot{v}_i^s - \sigma_{ij,j}^s + f_i^s = 0, \quad \text{στο } \bar{\Omega}_s \quad (2.2)$$

Όπου ο εκθέτης  $s$  υποδηλώνει την ποσότητα η οποία συνδέεται με τη στερεή δομή. Να σημειωθεί ότι η ταχύτητα της παραπάνω σχέσης ισούται με την παράγωγο της παραμόρφωσης, δηλαδή:

$$v_i^s = \dot{u}_i^s \quad (2.3)$$

Οι πρώτοι δύο όροι της Σχέσης 2.2 αφορούν την αδράνεια και στις εσωτερικές τάσεις, αντίστοιχα. Για παράδειγμα για τα γραμμικώς ελαστικά υλικά, η τάση της στερεής δομής ακολουθεί το γραμμικό Νόμο του Hooke:

$$\sigma_{ij}^s = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (2.4)$$

Η παραμόρφωση  $\varepsilon_{ij}$  και οι σταθερές Lamé ( $\lambda$  και  $G$ ) δίνονται ως:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.5)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.7)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2.8)$$

Όπου  $E$  το μέτρο ελαστικότητας Young,  $\nu$  ο λόγος Poisson και  $u_i$  οι μετατοπίσεις.

Στο πεδίο του ρευστού η εξίσωση παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$\rho^f \dot{v}_i^f - \sigma_{ij,j}^f + f_i^f = 0, \quad \text{στο } \bar{\Omega}_f \quad (2.9)$$

Ο όρος της αδράνειας είναι ο παρακάτω:

$$\dot{v}_i^f = \frac{dv_i^f}{dt} = \frac{\partial v_i^f}{\partial t} + v_j^f v_{i,j}^f \quad (2.10)$$

Για ένα Νευτώνειο ασυμπίεστο ρευστό εκφράζεται με όρους πίεσης και διατμητικής τάσης:

$$\sigma_{ij,j}^f = -p \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (2.11)$$

Όπου το  $f$  υποδηλώνει το χώρο του ρευστού,  $p$  η στατική πίεση.

$$\tau_{ij} = 2\mu \left( e_{ij} - \frac{\delta_{ij} \varepsilon_{kk}}{3} \right) \quad (2.12)$$

$$e_{ij} = (v_{j,i}^f + v_{i,j}^f) \quad (2.13)$$

Ακόμα, καθορίζονται οι συνοριακές συνθήκες Dirichlet και Neumann για τη διεπιφάνεια  $\Gamma_s$  μεταξύ ρευστού και στερεού ώστε να διατηρηθεί η συνθήκη μη-ολίσθησης.

Οι Dirichlet συνοριακές συνθήκες αναφέρονται στις μετατοπίσεις του συνόρου:

$$v_i^s = v_i^f, \quad \text{στο } \Gamma_s,$$

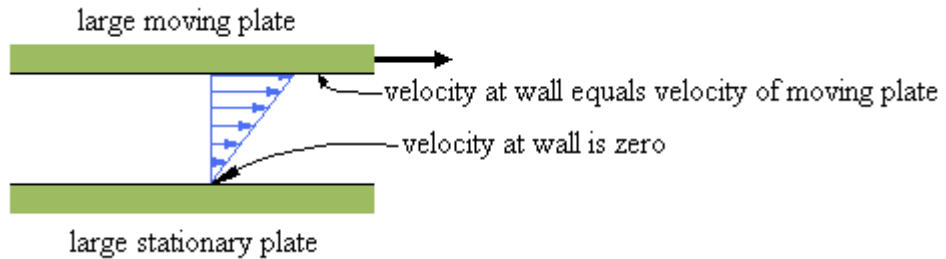
Οι Neumann συνοριακές συνθήκες αναφέρονται στις επιβαλλόμενες συνοριακές δυνάμεις:

$$\sigma_{ij}^s n_i = \sigma_{ij}^f n_i, \quad \text{στο } \Gamma_s$$

Η παραπάνω συνθήκη Neumann μπορεί να ερμηνευτεί ως συνοριακή συνθήκη μετατόπισης στη διεπιφάνεια, η οποία θεωρείται συνθήκη Dirichlet σε ορισμένες μεθόδους FSI όπου το προφίλ διεπιφάνειας είναι ομαλό στον χρόνο, συνεπώς:

$$x_i^s = x_i^f, \quad \text{στο } \Gamma_s$$

Σημείωση: Η συνθήκη μη-ολίσθησης (no-slip condition) για ιξώδη ρευστά, προβλέπει ότι σε ένα στερεό όριο, το ρευστό θα έχει μηδενική σχετική ταχύτητα με αυτό το στερεό σύνορο, δηλαδή όταν το ρευστό έρχεται σε επαφή με το (ακίνητο) στερεό η ταχύτητά του μηδενίζεται.



**Σχήμα 2.4:** Παράδειγμα συνθήκης μη-ολίσθησης.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση αυτή, μπορούν να εξαχθούν οι εξισώσεις Navier-Stokes που αναλύονται παραπάνω στο κεφάλαιο για το μοντέλο Volume of Fluid.

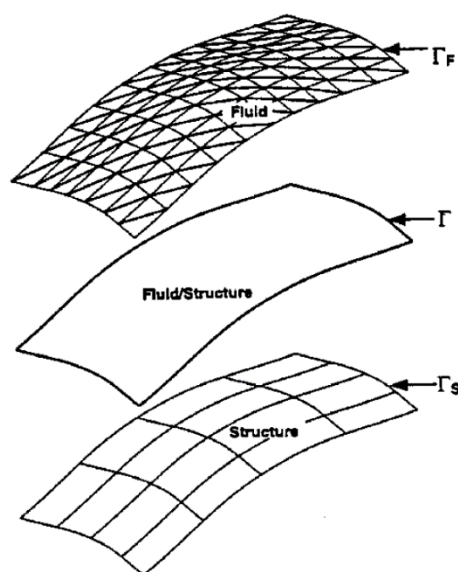
Η ταχύτητα και η μετατόπιση στο χρονικό βήμα  $n$  δίνονται από:

$$\dot{u}^n = \dot{u}^{n-1} + (\delta \ddot{u}^n + (1 - \delta) \ddot{u}^{n-1}) \Delta t \quad (2.14)$$

$$u^n = u^{n-1} + \dot{u}^{n-1} \Delta t + \left( \gamma \ddot{u}^n + \left( \frac{1}{2} - \gamma \right) \ddot{u}^{n-1} \right) \Delta t^2 \quad (2.15)$$

Όπου το  $\delta$  και το  $\gamma$  παίρνουν τιμές 0,5 και 0,25 αντίστοιχα.





**Σχήμα 2.5:** Αναπαράσταση διεπιφάνειας (interface) ρευστού – κατασκευής.

### Αλγόριθμος Arbitrary Lagrange – Euler

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση της μη αναμείξιμης ελεύθερης διεπιφάνειας μεταξύ ρευστού και κατασκευής διακρίνονται στις παρακάτω βασικές κατηγορίες:

1. Κινούμενου πλέγματος ή προσέγγιση Lagrange
2. Σταθερού πλέγματος ή προσέγγιση Euler
3. Συνδυασμός των δύο προσεγγίσεων (ALE)

Η συμβατική διαδικασία επίλυσης προβλημάτων μηχανικής που περιλαμβάνουν αλληλεπίδραση ρευστού – κατασκευής, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, συνήθως βασίζεται εξ ολοκλήρου στη Lagrange διατύπωση λόγω της σχετικά εύκολης εφαρμογής του αλγορίθμου επίλυσης. Όμως τα προβλήματα αυτά περιλαμβάνουν γενικώς μεγάλες παραμορφώσεις και τη δημιουργία νέων ελεύθερων επιφανειών, τις οποίες το αναλυτικό πλέγμα της διατύπωσης Lagrange αδυνατεί να διαχειριστεί κατά την πλήρη διάρκεια της προσομοίωσης, εφόσον τα εκτενώς παραμορφωμένα στοιχεία προσδίδουν χαμηλή ακρίβεια και το σταθερό χρονικό βήμα κάθε στοιχείου δεν είναι αρκετά μεγάλο ούτως ώστε ο αλγόριθμος μίας άμεσης (explicit) χρονικής ολοκλήρωσης να μπορεί να συνεχίσει την προσομοίωση.

Σε αυτήν την περίπτωση, πρέπει να παραχθεί ένα νέο πλέγμα και η προηγούμενη λύση να μεταφερθεί από το παλιό στο νέο πλέγμα. Η διαδικασία αναδημιουργίας του πλέγματος μπορεί να επιτευχθεί μέσω μεθόδων επαναχάραξης (rezoning) όπου οι αυτόματες γεννήτριες πλέγματος καλούνται, εκ των έσω, να παράγουν ένα νέο

πλέγμα με νέα τοπολογία. Σε αυτές τις μεθόδους, οι εξαρτημένες μεταβλητές, όπως η ταχύτητα, η πίεση, η εσωτερική ενέργεια, οι συνιστώσες των τάσεων και η πλαστική παραμόρφωση, ενημερώνονται στο νέο πλέγμα μέσω ενός αλγορίθμου επαναχαρτογράφησης (remapping).

Δεδομένου λοιπόν του ότι το πεδίο του στερεού είναι προτιμότερο να προσεγγισθεί και να λυθεί με διατύπωση Lagrange, ενώ το ρευστό με διατύπωση Euler, πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας αποτελεσματικός τρόπος απόδοσης της επίδρασης των μετατοπίσεων της κατασκευής στο ρευστό.

Ο αλγόριθμος Arbitrary Lagrange-Euler ή ALE αναπτύχθηκε σε μια προσπάθεια να συνδυαστούν τα πλεονεκτήματα των διατυπώσεων της κινηματικής κατά Lagrange και κατά Euler, καθώς και να ελαχιστοποιηθούν, όσο είναι δυνατόν, τα αντίστοιχα μειονεκτήματα κάθε διατύπωσης. Ένας αλγόριθμος ALE περιέχει εξίσου τις δύο διατυπώσεις. Βασίζεται στην αυθαίρετη κίνηση του χώρου αναφοράς, ο οποίος εισάγεται ως ένα «τρίτο» πεδίο (domain), επιπλέον του υλικού (Lagrange) και του χωρικού (Euler) πεδίου. Σε αυτόν το χώρο αναφοράς, ο οποίος θα αντιστοιχιστεί στη συνέχεια στο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων, καταστρώνεται το πρόβλημα. Η αυθαίρετη κίνηση του πλαισίου αναφοράς, μαζί με ένα καλό αλγόριθμο μεταβολής του πλέγματος, επιτρέπει την εύκολη αντιμετώπιση των κινούμενων ορίων, των ελεύθερων επιφανειών, των μεγάλων παραμορφώσεων και των προβλημάτων επαφής στη διεπιφάνεια.

### 2.1.2 Διατύπωση εξισώσεων συζευγμένου προβλήματος

Οι εξισώσεις που περιγράφουν ένα πρόβλημα αλληλεπίδρασης ρευστού – κατασκευής είναι τρεις. Έχουμε την εξίσωση που αναφέρεται στο ρευστό, την εξίσωση που αναφέρεται στο στερεό και τέλος την εξίσωση που περιγράφει τη δυναμική κίνηση (αναπροσαρμογή σε κάθε χρονικό βήμα  $\Delta t$ ) του πλέγματος του ρευστού. Οι τρεις αυτές εξισώσεις στη περίπτωση της μεθόδου ALE (*Arbitrary Lagrangian Eulerian*) περιγράφουν το ρευστό, την κατασκευή και το πλέγμα ως εξής:

$$\left. \frac{\partial(JW)}{\partial t} \right|_{\xi} + \mathcal{N}_x \cdot (F(W) - \dot{x}W) = \mathcal{N}_x \cdot R(W) \quad (2.16)$$

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} - \text{div}(E : \epsilon(u_s)) = b \quad (2.17)$$

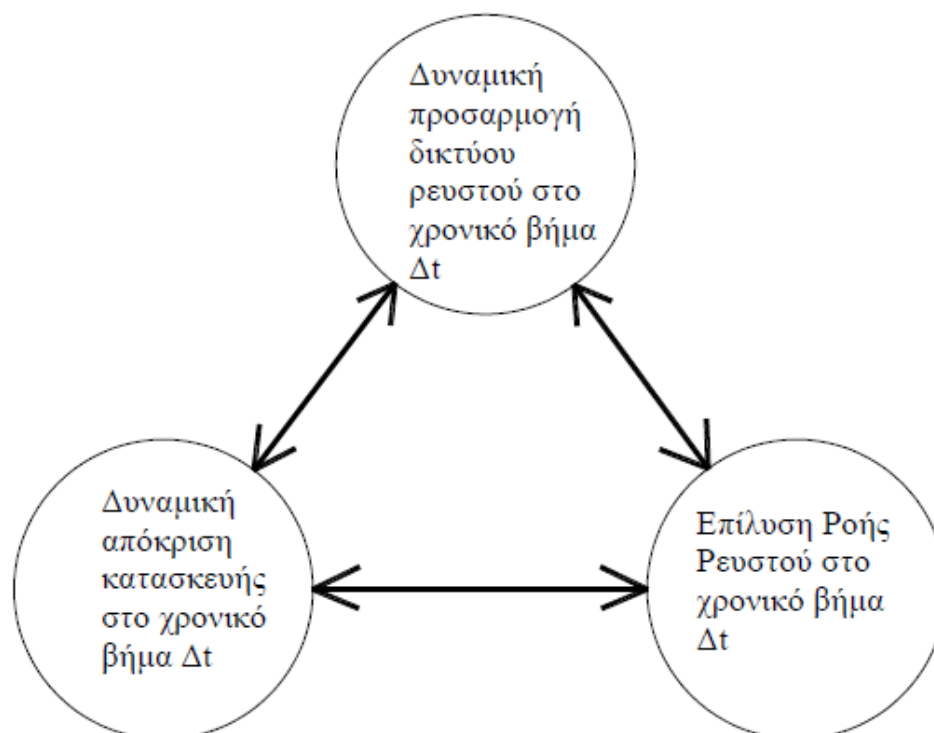
$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \text{div}(\bar{E} : \bar{\epsilon}(x)) = 0 \quad (2.18)$$

Η πρώτη εξίσωση της ALE διατύπωσης, είναι μια αδιαστατοποιημένη εξίσωση, συντηρητικής μορφής Navier-Stokes, η οποία περιγράφει συνεκτικές ροές σε δυναμικά πλέγματα. Η εξίσωση αυτή μπορεί να αντικατασταθεί με οποιαδήποτε άλλη εξίσωση περιγραφής ροής ρευστού ανάλογα με το πρόβλημα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε. Εδώ το  $t$  συμβολίζει τον χρόνο, η τελεία την πρώτη παράγωγο ως προς τον χρόνο, το  $x(t)$  περιγράφει μια χρονικά εξαρτώμενη θέση ή μετατόπιση ενός σημείου του πλέγματος του ρευστού, το  $\xi$  τη θέση του σε μια διαμόρφωση αναφοράς, το  $J = \det dx/d\xi$  είναι η Ιακωβιανή, το  $W$  είναι το διάνυσμα κατάστασης του ρευστού χρησιμοποιώντας συντηρητικές παραμέτρους,  $F$  και  $R$  είναι οι μεταγωγικές και διαχυτικές ροές (convective και diffusive).

Η δεύτερη εξίσωση είναι διαμορφωμένη με Lagrangian περιγραφή του στερεού ή καλύτερα, για τη περίπτωση μας, της κατασκευής (δεξαμενής), όπου η κλασική αυτή ελαστοδυναμική εξίσωση περιγράφει το πεδίο των μετατοπίσεων της κατασκευής  $u_s$  έχοντας πυκνότητα  $\rho_s$  και μέτρο ελαστικότητας  $E$ . Το  $\epsilon$  αντιπροσωπεύει τον τελεστή παραμορφώσεων και το  $b$  τις δυνάμεις σώματος που δρουν στην κατασκευή. Και σε αυτήν την περίπτωση, η εξίσωση μπορεί να αντικατασταθεί από μια αντίστοιχη που να περιγράφει μια μη γραμμική συμπεριφορά ή μία αποσβενόμενη δυναμική κίνηση της κατασκευής, χωρίς να επηρεάζονται οι άλλες δύο εξισώσεις ή να χρειάζεται οποιαδήποτε αλλαγή στον τρόπο επίλυσης του συστήματος, αφού όπως είπαμε οι τρεις εξισώσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ως προς την επίλυση τους.

Τέλος η τρίτη εξίσωση περιγράφει τη δυναμική αναπροσαρμογή του πλέγματος του ρευστού και η επίλυσή της γίνεται σε κάθε χρονικό βήμα  $\Delta t$ . Η εν λόγω εξίσωση μας δίνει τις νέες μετατοπισμένες θέσεις των κόμβων του ρευστού. Είναι παρόμοια με την εξίσωση που περιγράφει τη δυναμική κίνηση της κατασκευής με τη μόνη διαφορά ότι δεν έχουμε άμεση επιβολή εξωτερικών δυνάμεων στην ψευδοκατασκευή. Η όλη θεώρηση βασίζεται στην υπόθεση ότι το δίκτυο του ρευστού αντιμετωπίζεται ως μια ψευδοκατασκευή στην οποία επιβάλλονται μετατοπίσεις σε κάθε χρονικό βήμα  $\Delta t$  και αυτή αναβαθμίζεται, παράλληλα, μέσω των επιλύσεων που γίνονται κάθε φορά.

Η επιβολή των δυνάμεων γίνεται έμμεσα μέσω επιβολής μετατοπίσεων στη διεπιφάνεια  $\Gamma$  ή αλλιώς υγρή επιφάνεια (wet surface), οι οποίες μετατοπίσεις μεταφράζονται σε επιβαλλόμενες δυνάμεις στην ψευδοκατασκευή στην οποία επιβάλλονται μετατοπίσεις σε κάθε χρονικό βήμα  $\Delta t$  και αυτή αναβαθμίζεται παράλληλα μέσω των επιλύσεων που γίνονται κάθε φορά. Οι θεωρήσεις για τα μητρώα στιβαρότητας και τον τρόπο επίλυσης ενός τέτοιου προβλήματος θα παρουσιαστούν αργότερα.



**Σχήμα 2.6:** Γραφική αναπαράσταση του συμπλέγματος εξισώσεων.

Η πρώτη εξίσωση και η τρίτη είναι συζευγμένες άμεσα. Εάν το  $u_F$  αντιπροσωπεύει το πεδίο μετατοπίσεων του ρευστού, το  $p$  το πεδίο πιέσεων, τα  $\sigma_S$  και  $\sigma_F$  τους συντελεστές τάσεων κατασκευής και τις ιξώδεις τάσεις του ρευστού αντίστοιχα, το  $\Gamma$  τη διεπιφάνεια ρευστού/κατασκευής και  $n$  το κάθετο διάνυσμα σε κάποιο σημείο της  $\Gamma$ , τότε η σύζευξη του ρευστού και της κατασκευής συνήθως γίνεται με τον πιο κάτω τρόπο:

$$\sigma_S \cdot n = -pn + \sigma_F \cdot n \quad \text{πάνω στη } \Gamma \quad (2.19)$$

$$u_S = u_F \quad \text{πάνω στη } \Gamma \quad (2.20)$$

Οι εξισώσεις σύζευξης εκφράζουν ότι η απαίτηση για τη σύζευξη είναι η εξασφάλιση ισορροπίας δυνάμεων και μετατοπίσεων στη διεπιφάνεια  $\Gamma$  μεταξύ στερεού-κατασκευής. Επίσης εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι για μη ιξώδη ρευστά η δεύτερη εξίσωση γίνεται:

$$\frac{\partial u_F}{\partial t} \cdot n = \frac{\partial u_s}{\partial t} \cdot n \text{ πάνω στη } \Gamma \quad (2.21)$$

Η εξίσωση ονομάζεται *slip wall boundary condition*. Δηλαδή αναφέρεται ως συνοριακή συνθήκη του τοίχου που γλιστράει σε ελεύθερη πάντα μετάφραση. Η κατασκευή και η δυναμική κίνηση του δικτύου φέρουν και αυτά σύζευξη από τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$x = u_s \text{ πάνω στη } \Gamma \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial u_s}{\partial t} \text{ πάνω στη } \Gamma \quad (2.23)$$

Οι εξισώσεις (2.22) και (2.23) είναι εξισώσεις διατήρησης της συνέχειας. Επομένως, η ημι-διακριτοποιημένη μορφή των τριών αυτών εξισώσεων της ALE μεθόδου είναι η εξής:

$$\frac{d}{dt}(AW) + F^c(W, x, \dot{x}) = R(W, x), \quad (2.24)$$

$$M \frac{d^2 u}{dt^2} + Ku = f^{\text{ext}}(W(x, t), x), \quad (2.25)$$

$$\tilde{M} \frac{d^2 x}{dt^2} + \tilde{D} \frac{dx}{dt} + \tilde{K} x = 0. \quad (2.26)$$

όπου  $x$  το διάνυσμα θέσης ή μετακίνησης του δικτύου του ρευστού, το  $W$  είναι το διάνυσμα θέσης του ρευστού, το  $A$  προκύπτει από τη διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία ή όγκους, της εξίσωσης του ρευστού  $F^c = F - \dot{x}W$ , είναι το διάνυσμα που έχει να κάνει με *convective* ροές με βάση τη ALE μέθοδο, το  $F$  είναι κι αυτό ένα διάνυσμα που έχει να κάνει με *convective* ροές και  $R$  είναι το διάνυσμα που έχει να κάνει με *diffusive* ροές. Το  $u$  είναι το διάνυσμα μετατοπίσεων της κατασκευής,  $M$  και  $K$  είναι τα μητρώα μάζας και στιβαρότητας αντίστοιχα.

Η πρώτη και δεύτερη εξίσωση είναι τυπικές περιπτώσεις για τους δυο χώρους (για ρευστό και κατασκευή αντίστοιχα). Αυτό όμως που μπορεί να περιπλέκει την αντίληψη κάποιου που είναι καινούργιος στο χώρο αυτό της υπολογιστικής μηχανικής, είναι η τρίτη εξίσωση.

Τα σύμβολα  $\tilde{M}$ ,  $\tilde{D}$  και  $\tilde{K}$  αντιπροσωπεύουν τα πλασματικά μητρώα μάζας, απόσβεσης και στιβαρότητας αντίστοιχα. Τα πλασματικά αυτά μητρώα προκύπτουν από κάποιες θεωρήσεις οι οποίες περιγράφονται από τον *C. Farhat* στο [10]. Η βιβλιογραφία αυτή όμως αναφέρεται στο επίπεδο και όχι στον χώρο, όπου θα δουλέψουμε σ' αυτή τη Διπλωματική Εργασία. Η βιβλιογραφία η οποία να αναφέρεται στο χώρο, πάνω σε δυναμική αναπροσαρμογή δικτύου ρευστού, είναι ιδιαίτερα ελλιπής και δυσεύρετη, γεγονός το οποίο δυσκόλεψε πολύ την πορεία των εργασιών και μελέτης του προβλήματος.

Προσέγγιση του προβλήματος με Διαχωρισμένη Ανάλυση (Partitioned Analysis approach)

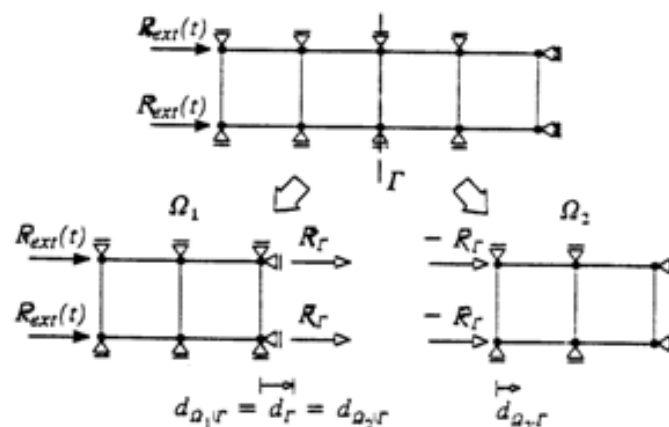
Η διακριτοποίηση στο χώρο και στο χρόνο ενός γενικού μηχανικού συστήματος που δεν έχει ακόμη διαχωριστεί σε υποσύνολα, οδηγεί σε ένα γραμμικό αλγεβρικό σύστημα εξισώσεων της πιο κάτω μορφής:

$$A \cdot u = R_{ext} \quad (2.27)$$

Το πιο πάνω σύστημα πρέπει να επιλύεται για κάθε χρονικό βήμα  $\Delta t$  όπου  $A$  μητρώο με συντελεστές,  $u$  διάνυσμα αγνώστων και  $R_{ext}$ , διάνυσμα με τις εξωτερικές δυνάμεις αντίστοιχα. Διαχωρίζοντας το ενιαίο αυτό μηχανικό σύστημα σε δυο υποσυστήματα  $\Omega_1$  και  $\Omega_2$ . Από τη εξίσωση (1.1) θα παίρναμε το πιο κάτω σύστημα:

$$\begin{bmatrix} A_{II}^{(1)} & A_{I\Gamma}^{(1)} & 0 \\ A_{\Gamma I}^{(2)} & A_{\Gamma\Gamma}^{(1)} + A_{\Gamma\Gamma}^{(2)} & A_{\Gamma I}^{(2)} \\ 0 & A_{II}^{(2)} & A_{II}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_I^{(1)} \\ u_{\Gamma} \\ u_I^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{I,ext}^{(1)} \\ R_{\Gamma,ext} \\ R_{I,ext}^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

όπου οι δείκτες (1) και (2) υποδηλώνουν το υποσύνολο στο οποίο ανήκει ο αντίστοιχος συντελεστής ή άγνωστος και οι δείκτες  $I$  και  $\Gamma$  δηλώνουν τους βαθμούς ελευθερίας οι οποίοι είναι εσωτερικοί είτε βρίσκονται πάνω στη διεπιφάνεια  $\Gamma$  αντίστοιχα.



Σχήμα σ1.3 Διαχωρισμός στοιχείου ή χωρίς επικάλυψη διαχωρισμός για 2D πρόβλημα

Στο πιο πάνω σχήμα, γίνεται διαχωρισμός ενός απλού πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων σε δυο υποσύνολα χρησιμοποιώντας Dirichlet – Neumann συνοριακές συνθήκες. Οι Dirichlet συνοριακές συνθήκες αναφέρονται στις μετατοπίσεις του συνόρου και οι Neumann στις επιβαλλόμενες συνοριακές δυνάμεις. Ο αλγόριθμος αναφέρεται ως Dirichlet – Neumann substructuring algorithm. Η εφαρμογή partitioned μεθόδων είναι δυνατή και σε προβλήματα ενός μόνο πεδίου.

### 2.1.3 Αλγόριθμοι επίλυσης FSI

#### Βασικός διαδοχικός κλιμακωτός αλγόριθμος (BSS Basic sequential staggered analysis)

Η βασική διαδικασία περιγράφεται στη δημοσίευση των C. Felippa και K. Park [5]. Περιέχει 5 αλγοριθμικά βήματα για τη εξέλιξη του συζευγμένου προβλήματος, με βάση την εξίσωση (2.28), από το χρονικό βήμα  $t^n$  στο  $t^{n+1}$ . Για να ξεκινήσουμε τη επίλυση μιας τέτοιας διαδικασίας θα πρέπει να ορίσουμε τις αρχικές συνθήκες (α.σ.) οι οποίες είναι οι ακόλουθες:

$$u_I^{(1)n}, u_\Gamma^n, u_I^{(2)n}$$

Ο δείκτης  $I$  αναφέρεται σε εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας του ρευστού, εκτός των β.ε. της υγρής επιφάνειας (wet surface) και ο δείκτης  $\Gamma$  αναφέρεται στους βαθμούς που βρίσκονται πάνω στη διεπιφάνεια ρευστού-κατασκευής. Έτσι, ξεκινάμε τη διαδικασία αναπροσαρμογής και εξέλιξης της επίλυσης από το χρονικό βήμα  $t^n$  στο  $t^{n+1}$ , ξέροντας τις αρχικές συνθήκες όπως διατυπώθηκαν πιο πάνω.

1. Μεταβίβαση κινηματικών πληροφοριών  $u_I^n$  της διεπιφάνειας από το  $\Omega_2$  στο  $\Omega_1$ .
2. Επίλυση του προβλήματος Dirichlet  $\Omega_1$  για τις εσωτερικές παραμέτρους  $u_I^{(1)n+1}$  με  $u_I^n$  ως συνοριακές συνθήκες *Dirichlet*:

$$A_{II}^{(1)} \cdot u_I^{(1)n+1} = R_{I,ext}^{(1)n+1} - A_{\Pi}^{(1)} \cdot u_{\Gamma}^n$$

3. Υπολογισμός των δυνάμεων σύζευξης στο χρονικό βήμα  $t^{n+1}$  στο  $\Omega_1$ :

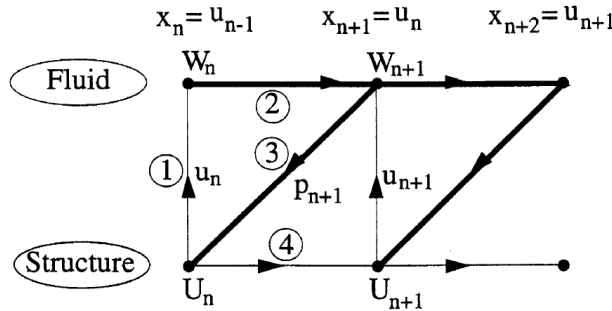
$$R_{\Gamma}^{n+1} = A_{\Gamma I}^{(1)} \cdot u_I^{(1)n+1} + A_{\Gamma \Gamma}^{(1)} \cdot u_{\Gamma}^n$$

4. Επίλυση του προβλήματος Neumann  $\Omega_2$  με τις νέες εσωτερικές και συνοριακές παραμέτρους  $u_I^{(2)n+1}$  και  $u_{\Gamma}^{n+1}$  με τις δυνάμεις σύζευξης από το  $\Omega_1$  ως συνοριακές συνθήκες Neumann:

$$\begin{bmatrix} A_{\Gamma \Gamma}^{(2)} & A_{\Gamma I}^{(2)} \\ A_{\Pi}^{(2)} & A_{II}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\Gamma}^{n+1} \\ u_I^{(2)n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{\Gamma,ext}^{n+1} - R_{\Gamma}^{n+1} \\ R_{I,ext}^{(2)n+1} \end{Bmatrix}$$

5. Προάγουμε τη επίλυση στο επόμενο χρονικό βήμα θέτοντας όπου  $n \rightarrow n+1$  και επιστρέφουμε στο βήμα 1.

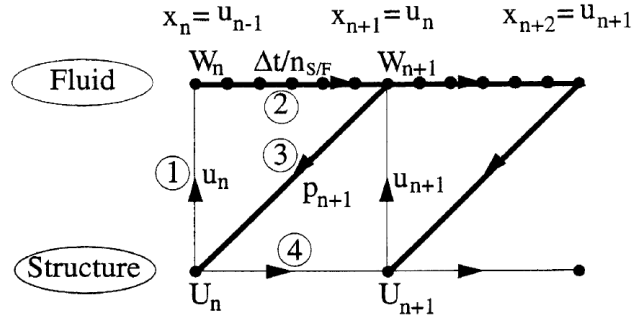
Σχηματικά η πιο πάνω διαδικασία έχει τη παρακάτω μορφή:



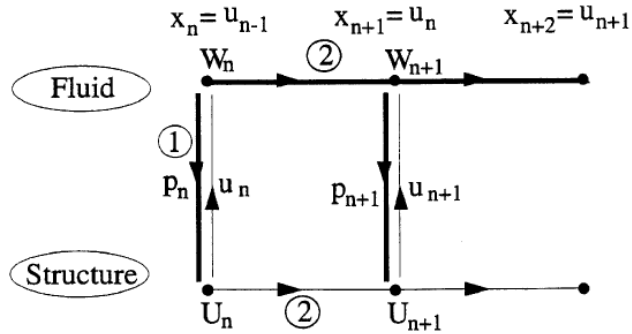
Σχήμα 2.7: Conventional Serial Staggered Procedure

Το σχήμα αυτό δείχνει τη πορεία ανταλλαγής πληροφοριών, αρχικών συνθηκών και επιλύσεων που γίνονται σε κάθε χρονικό βήμα  $\Delta t$ . Η αρίθμηση της σειράς των διαδικασιών στο σ. 1.4, αναφέρεται στη Conventional Serial Staggered Procedure, με άλλες τροποποιημένες περιπτώσεις σύζευξης όπως απεικονίζονται παρακάτω.





Σχήμα 2.8: CSS: με ανακυκλικές επιλύσεις του ρευστού.



Σχήμα 2.9: CSS: παράλληλη διαδικασία ρευστού κατασκευής.

Στο σ1.5, το  $\Delta t$  του ρευστού είναι μικρότερο της κατασκευής.

$\Delta t_s / \Delta t_F = n_{S/F}$ , όπου ο συντελεστής  $n_{S/F}$  (συνήθως έχει την τιμή 10, δηλαδή το βήμα της κατασκευής είναι δεκαπλάσιο του βήματος του ρευστού).

### Συμβατικός Σειριακός Κλιμακωτός Αλγόριθμος (Conventional Serial Staggered Procedure CSS)

Για τη αναπροσαρμογή του συστήματος από το χρονικό σημείο  $t^n$  στο επόμενο χρονικό σημείο  $t^{n+1}$  η μέθοδος προβλέπει:

1. Γίνεται μια πρόγνωση των μετατοπίσεων της κατασκευής στο βήμα  $t^{n+1}$  μέσω της παρακάτω εξίσωσης

$$u^{n+1^p} = u^n + \alpha_0 \Delta t_s u^n + \alpha_1 \Delta t_s (u^n - u^{n-1})$$

όπου  $\alpha_0$  και  $\alpha_1$  είναι πραγματικές σταθερές. Έπειτα, μεταφέρουμε την κίνηση της υγρής επιφάνειας της κατασκευής στο ρευστό.

2. Αναπροσαρμογή της θέσης του πλέγματος  $x^{n+1}$  του ρευστού για να έρθει στην ίδια θέση με τη διεπιφάνεια  $\Gamma$ , θέση την οποία θα είχε η κατασκευή

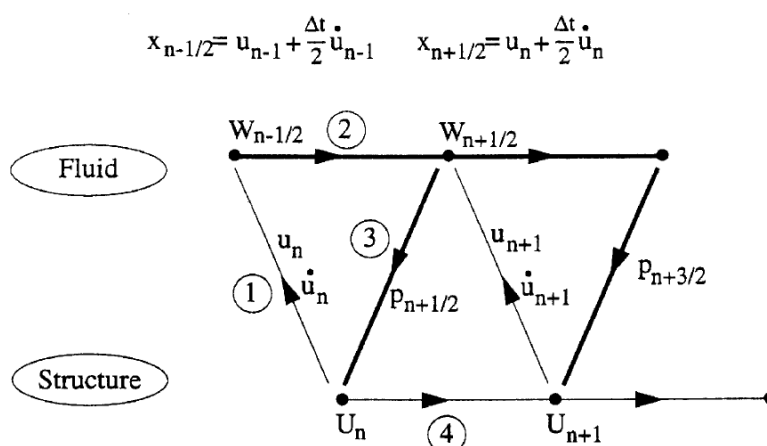
εάν κάνουμε πρόγνωση της κατασκευής  $u^{n+1P}$ . Στη συνέχεια ολοκληρώνουμε χρονικά το υποσύστημα του ρευστού από το  $t^n$  στο  $t^{n+1} = t^n + \Delta t_S$ , χρησιμοποιώντας ένα χρονικό βήμα για το ρευστό  $\Delta t_F < \Delta t_S$ . Εάν  $\Delta t_F \neq \Delta t_S$  κάνουμε επιλύσεις του ρευστού επαναληπτικά.

3. Μεταφορά του πεδίου πιέσεων του ρευστού  $P_S^{n+1}$  στην κατασκευή, υπολογισμός των δυνάμεων που προκύπτουν από τη ροή πάνω στη διεπιφάνεια της κατασκευής  $f_{F/S}^{n+1}$ .
4. Χρονική ολοκλήρωση της κατασκευής από το  $t^n$  στο  $t^{n+1} = t^n + \Delta t_S$

Σημειώσεις:

- i. Η εξίσωση πρόβλεψης (2.27) είναι πρώτης-τάξεως ακριβής όταν  $\alpha_0=1$ , και δευτέρας τάξεως ακριβής όταν  $\alpha_0=1$  και  $\alpha_1=1/2$
- ii. Όταν ο λύτης του ρευστού εκτελεί επαναλήψεις μέσα στο  $\Delta t$ , ο αλγόριθμος που αφορά τη δυναμική αναπροσαρμογή του πλέγματος του ρευστού απαιτεί ειδικό χειρισμό.
- iii. Το  $P_S^{n+1}$  είναι ένα πεδίο πιέσεων υπολογισμένο μετά από την αναπροσαρμογή του υποσυνόλου του ρευστού από το  $t^n$  στο  $t^{n+1}$ . Ο δείκτης  $S$  υποδεικνύει ότι οι πιέσεις αυτές καταπονούν την κατασκευή. Μπορεί όμως οι πιέσεις αυτές να μεταφερθούν στην κατασκευή προτού φτάσει ο λύτης του ρευστού στο  $t^{n+1}$ . Με αυτό τον τρόπο η ανάλυση μπορεί να εναλλάσσεται από τον ένα αλγόριθμο στον άλλο.

### Βελτιωμένος Κλιμακωτός Σειριακός Αλγόριθμος (Improved Serial Staggered Procedure ISS)



Σχήμα 2.10:ISS: βελτιωμένη διαδικασία πάντα κατά C. Farhat.

Για την τεκμηρίωση της πιο πάνω βελτιωμένης πρότασης πρέπει να αναφερθούμε στην επίδραση του νόμου διατήρησης της γεωμετρίας (Geometric Conservation Law- GCL).

Αποδεικνύεται ότι για μια πρώτης και δεύτερης τάξεως ακρίβειας ALE πεπερασμένου όγκου και ALE σταθεροποιητικής μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, η ταχύτητα ενός δυναμικού δικτύου υπολογίζεται από:

$$\dot{x} = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t}$$

με σκοπό να ικανοποιηθεί ο νόμος GCL.

Ο GCL συνδέεται άμεσα με την μεταβολή της ταχύτητας του πλέγματος και την μεταβολή της επιφάνειας ή του όγκου των στοιχείων. Ο νόμος αυτός εισάχθηκε από τους Thomas and Lombard (1979) και είναι ένα κριτήριο συνοχής, η αριθμητική μέθοδος πρέπει να μπορεί να αναπαράγει με ακρίβεια μια σταθερή λύση σε ένα κινούμενο χώρο (domain). Πρακτικά ο GCL μπορεί να παραβιαστεί, όμως η ακριβής σχέση του με την σταθερότητα και την ακρίβεια της αριθμητικής ανάλυσης δεν έχει διευκρινιστεί πλήρως. Ορισμένες φορές ο GCL μπορεί να παραβιαστεί με τη επιλογή ενός πολύ μικρού χρονικού βήματος  $\Delta t$ , ωστόσο αυτό ως φιλοσοφία κρύβει μειονεκτήματα όπως:

- Μείωση του  $\Delta t$  σημαίνει και αύξηση των υπολογισμών.
- Δεν είναι εύκολη η εύρεση χρονικού βήματος  $\Delta t$ , το οποίο να δίνει μια αποδεκτή λύση και παράλληλα να παραβιάζει το νόμο GCL.
- Τέλος η παραβίαση του νόμου GCL μπορεί να μας εισαγάγει παρασιτικά αριθμητικά δεδομένα με αποτέλεσμα να οδηγηθούμε σε συσσωρευμένα υπολογιστικά σφάλματα.

Η ημιδιακριτοποιημένη εξίσωση που περιγράφει την κίνηση της κατασκευής επιλύεται συνήθως από ένα δευτέρας-τάξεως ακρίβειας σχήμα:

$$\ddot{u} \neq \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t}$$

Ακολουθεί ότι εάν μια βασική διαχωριζόμενη διαδικασία ικανοποιεί τον GCL και η πρώτη από τις εξισώσεις συνέχειας είναι η (2.22), τότε παραβιάζει τη δεύτερη από τις συνθήκες διεπιφάνειας και επίσης τη slip συνθήκη (2.21), όταν η ροή είναι μη ιζώδης και διακριτοποιημένη με ALE μορφή. Όντως, εάν  $x = u$  επιβληθεί στη διεπιφάνεια κατασκευής/ρευστού και η ταχύτητα του δυναμικού πλέγματος στη  $\Gamma$  υπολογιστεί μέσω της (2.28), τότε εάν η εξίσωση κίνησης της κατασκευής είναι χρονικά εξαρτημένη από ένα δευτέρας-τάξεως σχήμα ισχύει:

$$\dot{x} = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} \neq \dot{u} \text{ πάνω στη } \Gamma$$

Όταν η CSS διαδικασία είναι εξοπλισμένη με τη εξίσωση (2.28) έτσι ώστε να ικανοποιείται ο GCL και με ένα δευτέρας τάξεως χρονικό ολοκληρωτή για την κατασκευή, τότε καταπατάται η συνέχεια του πεδίου ταχυτήτων στη διεπιφάνεια  $\Gamma$  κατασκευής - ρευστού. Επομένως, κάτω από τέτοιες συνθήκες, η CSS διαδικασία παρουσιάζει ένα σφάλμα στον προσδιορισμό της ανταλλαγής κινητικής ενέργειας μεταξύ του ρευστού και της κατασκευής πάνω στη διεπιφάνεια  $\Gamma$ , πράγμα το οποίο περιορίζει την μέθοδο στη χρήση μικρών χρονικών βημάτων  $\Delta t$ , έτσι ώστε να περιοριστεί το σφάλμα σε επιτρεπτά επίπεδα.

Συνεπώς, στο σημείο αυτό γίνεται μία πρόταση για μία βελτιωμένη έκδοση της CSS, την ISS (Improved Serial Staggered Procedure). Ο σκοπός είναι η εύρεση ενός staggered algorithm για την επίλυση της αεροελαστικής ημιδιακριτοποιημένης εξίσωσης (2.24-26) ο οποίος να ικανοποιεί τον GCL χωρίς να παραβιάζει τις συνθήκες συνεχείας στη διεπιφάνεια  $\Gamma$  (2.21) και (2.22). Αυτό φυσικά όπως είναι λογικό, αν γινόταν εφικτό, θα μας έδινε ένα αλγόριθμο ο οποίος δε θα είχε τα μειονεκτήματα του CSS αλγόριθμου που αναφέραμε πιο πάνω.

Η βελτιωμένη πρόταση έχει ως εξής:

- a. Δεδομένων των αρχικών συνθηκών  $W_0$ ,  $u_0$  και  $\dot{u}_0$ , ορίζουν την αρχική κατάσταση της δυναμικής του ρευστού ως εξής:

$$x_{-1/2} = u_0 - \frac{\Delta t}{2} \dot{u}_0$$

Για  $n = 1, \dots$

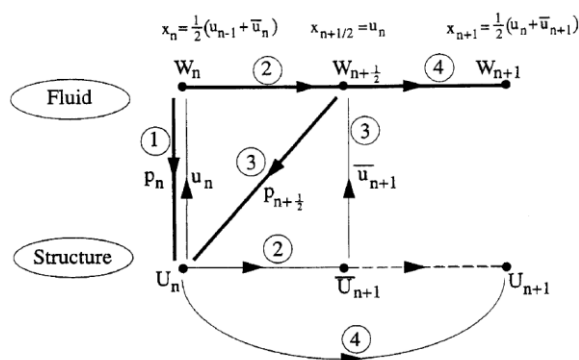
- b. Ορίζεται

$$\dot{x}_n = \dot{u}_n$$

- c. Αναβάθμιση της δυναμικής του δικτύου του ρευστού ως εξής:

$$x_{n+1/2} = x_{n-1/2} + \Delta t \dot{x}_n$$

- d. Επίλυση της ροής του ρευστού για να υπολογιστεί το διάνυσμα κατάστασης του ρευστού  $W_{n+1/2}$
- e. Απόσπαση του πεδίου πιέσεων πάνω στη  $\Gamma$  από το  $W_{n+1/2}$  και μετατροπής του σε φορτία στην κατασκευή.
- f. Αναπροσαρμογή του συστήματος της κατασκευής χρησιμοποιώντας δευτέρας τάξεως ακρίβεια κανόνα του μέσου όρου.
- g. Επιστροφή στο βήμα a έχοντας ως αρχικές συνθήκες τα καινούργια δεδομένα που υπολογίσαμε μέχρι το βήμα f.



Σχήμα 2.11: IPS: βελτιωμένη παράλληλη κλιμακωτή διαδικασία.

### Επαναληπτικά σχήματα υποσυνόλων – διαδικασίες πλήρους σύζευξης (Iterative sub structuring schemes – Strong coupling procedures)

Μια δεύτερη προσέγγιση διαχωρισμού της ανάλυσης είναι αυτή της πλήρους σύζευξης (strong coupling procedures). Όπως είδαμε μέχρι τώρα, ο διαχωρισμός της ανάλυσης γίνεται μέσω μιας διεπιφάνειας  $\Gamma$  πάνω στην οποία θέτουμε ορισμένες συνοριακές συνθήκες. Στην εν λόγω διαδικασία, με κάθε αναπροσαρμογή της διεπιφάνειας  $\Gamma$ , έχουμε μια συγκλίνουσα λύση η οποία ικανοποιεί την κινηματική συνέχεια και δυναμική ισορροπία σε όλο το σύνολο της διεπιφάνειας. Εφόσον και οι δύο όροι της σύζευξης πληρούνται ακριβώς, η μέθοδος ονομάζεται διαδικασία πλήρους σύζευξης. Γενικά όμως, αυτή η επαναληπτική διαδικασία γύρω από ένα σταθερό σημείο (fixed point iteration) πάνω στα πεδία, παρουσιάζει μικρή ταχύτητα σύγκλισης. Ωστόσο, με τη χρήση ενός συντελεστή χαλάρωσης, η σύγκλιση επιτυγχάνεται με μεγαλύτερη ταχύτητα (Marini και Quarteroni, 1989).

Το κρίσιμο για την ταχύτητα σύγκλισης του σχήματος αυτού είναι η επιλογή της παραμέτρου χαλάρωσης. Μια επιλογή είναι να ορίζεται η παράμετρος χαλάρωσης ως δεδομένο στη αρχή της επίλυσης και να διατηρείται σταθερή μέχρι το τέλος. Όμως, η εύρεση της παραμέτρου αυτής παρουσιάζει δυσκολίες, κυρίως εξαιτίας της χρονοβόρας διαδικασίας που απαιτείται εάν επιχειρηθεί να εκτιμηθεί μέσω δοκιμών, ενώ ακόμα και σε αυτήν την περίπτωση δεν εξασφαλίζεται αυτόματα το επιθυμητό αποτέλεσμα με χρήση της τιμής όπως εκτιμήθηκε. Ακόμα, η επιλογή της παραμέτρου χαλάρωσης παίζει σημαντικό ρόλο στην ευαισθησία της λύσης που θα πάρουμε. Τέλος, οι μη-γραμμικότητες του συστήματος μπορούν να αλλάξουν το ρυθμό σύγκλισης με τη χρήση μιας σταθερής παραμέτρου χαλάρωσης.

Όλα τα παραπάνω προβλήματα μας οδηγούν στην εύρεση ενός τρόπου να εκτιμούμε την παράμετρο χαλάρωσης αυτόματα κατά τη διάρκεια της επίλυσης.

### Επαναληπτικός αλγόριθμος σταθερού σημείου χαλάρωσης (Relaxed fixed point iteration algorithm)

Βασιζόμενη στην παρουσίαση της διαδικασίας διαχωριζόμενης ανάλυσης, για την επίλυση της εξισώσεως (2.27), αυτή η διαδικασία επαναληπτικής επίλυσης μέσα στο χρονικό βήμα  $\Delta t$  μπορεί να διατυπωθεί με τα ακόλουθα 6 βήματα:

1. Επίλυση του Dirichlet προβλήματος  $\Omega_1$  για τις καινούργιες εσωτερικές μεταβλητές  $u_I^{(2)^{n+1}}$  με τις κινηματικές μεταβλητές της διεπιφάνειας  $u_{\Gamma,i}$  ως συνοριακές συνθήκες Dirichlet:

$$A_{II}^{(1)} u_{I,i+1}^{(1)} = R_{I,ext}^{(1)} - A_{II}^{(1)} u_{\Gamma,i}$$

2. Υπολογισμός των δυνάμεων σύζευξης στο  $\Omega_1$ :

$$R_{\Gamma} = A_{\Gamma I}^{(1)} u_{I,i+1}^{(1)} + A_{\Gamma \Gamma}^{(1)} u_{\Gamma,i}$$

3. Επίλυση του προβλήματος Neumann  $\Omega_2$  για τις εσωτερικές και συνοριακές μεταβλητές  $u_{I,i+1}^{(2)}$  και  $\tilde{u}_{\Gamma,i+1}$  με τις δυνάμεις σύζευξης από το  $\Omega_2$  ως συνοριακές συνθήκες Neumann:

$$\begin{bmatrix} A_{\Gamma \Gamma}^{(2)} & A_{\Gamma I}^{(2)} \\ A_{II}^{(2)} & A_{II}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\Gamma}^{n+1} \\ u_I^{(2)^{n+1}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{\Gamma,ext}^{n+1} - R_{\Gamma}^{n+1} \\ R_{I,ext}^{(2)^{n+1}} \end{Bmatrix}$$

4. Επιλογή της παραμέτρου χαλάρωσης  $\omega_i \in [0,1]$

5. Χαλάρωση των μεταβλητών στην διεπιφάνεια:

$$u_{\Gamma,i+1} = (1 - \omega_i) u_{\Gamma,i} + \omega_i \tilde{u}_{\Gamma,i+1}$$

6. Θέτουμε όπου  $i \rightarrow i + 1$  και επιστροφή στο βήμα 1. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρι να έχουμε σύγκλιση.

### Παράμετρος χαλάρωσης μέσω της προσέγγισης της απότομης καθόδου (Relaxation parameter via steepest descent approach)

Παρακάτω θα δούμε τον προηγούμενο αλγόριθμο να μετατρέπεται με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να διαμορφωθεί με βάση την προσέγγιση της απότομης καθόδου (steepest descent). Η steepest descent είναι γνωστή και ως gradient method και θα πρέπει να βρεθεί ένας τρόπος υπολογισμού της παραμέτρου χαλάρωσης  $\omega_i$ .

Στη συνέχεια θα διατυπωθούν οι βασικές εξισώσεις της μεθόδου απότομης καθόδου και κατόπιν θα εισαχθούν στη λύση ενός συστήματος το οποίο είναι προ-σταθεροποιημένο (preconditioned system):

$$M^{-1} A \cdot u = M^{-1} R$$

όπου  $M^{-1}$  είναι ένα μητρώο αριστερά προ-σταθεροποιημένο,  $A$  μητρώο τελεστής (operator matrix),  $u$  διάνυσμα αγνώστων και  $R$  διάνυσμα δυνάμεων.

Ο κανόνας επανάληψης δίνεται:

$$u_{i+1} = u_i + \lambda_i g(u_i)$$

Εδώ το  $g$  είναι ένα διάνυσμα της εύρεσης διεύθυνσης, το οποίο, για συμμετρικό και θετικά ορισμένο  $AM^{-1}$ , ισούται με το διάνυσμα υπολείμματος ή την αρνητική κλίση του διανύσματος κλίσης της δευτεροβάθμιας μορφής της εξίσωσης (1.12) και η διεύθυνση της απότομης καθόδου είναι:

$$g(u_i) = M^{-1} R - M^{-1} A \cdot u_i = -\nabla \left( \frac{1}{2} u_i^T M^{-1} A \cdot u_i - M^{-1} R \cdot u_i \right)$$

Το μήκος βήματος  $\lambda_i$  δίνεται ως:

$$\lambda_i = \frac{g(u_i)^T g(u_i)}{g(u_i)^T M^{-1} A g(u_i)}$$

Με σκοπό την αναδιάταξη της εξίσωσης του αλγόριθμου της σταθερής παραμέτρου χαλάρωσης, με τέτοιο τρόπο ώστε να φαίνεται καθαρά η συσχέτισή της με της μεθόδου απότομης καθόδου, το πρώτο βήμα είναι να συμπυκνώσουμε τις εξισώσεις στα βήματα 1 και 2, π.χ. για να λύσουμε το πρόβλημα *Dirichlet* για τις δυνάμεις σύζευξης:

$$R_{\Gamma,i+1} = S^{(1)} u_{\Gamma,i} + A_{\Gamma I}^{(1)} A_{II}^{(1)-1} R_{I,ext}^{(1)}$$

όπου  $S^{(j)} = A_{\Gamma\Gamma}^{(j)} - A_{\Gamma I}^{(j)-1} A_{II}^{(j)}$  είναι το συμπλήρωμα *Schur* του υποσυστήματος  $\Omega_j$ . Η λύση του προβλήματος *Neumann*  $\Omega_2$  για τις μεταβλητές στη διεπιφάνεια (εξίσωση στο βήμα 3) γίνεται:

$$\tilde{u}_{\Gamma,i+1} = S^{(2)-1} \left( R_{\Gamma,ext} - R_{\Gamma,i+1} - A_{\Gamma I}^{(2)} A_{II}^{(2)-1} R_{I,ext}^{(2)} \right)$$

Στη συνέχεια εισάγουμε τις δυνάμεις σύζευξης από την εξίσωση για το  $R_{\Gamma,i+1}$  και αντικαθιστούμε τα κομμάτια που οφείλονται σε εξωτερική φόρτιση μέσω ενός διανύσματος:

$$R_{\Gamma,ext,mod} = R_{\Gamma,ext} - A_{\Gamma I}^{(1)} A_{II}^{(1)-1} R_{I,ext}^{(1)} - A_{\Gamma I}^{(2)} A_{II}^{(2)-1} R_{I,ext}^{(2)}$$

Οδηγεί σε:

$$\tilde{u}_{\Gamma,i+1} = S^{(2)-1} \left( R_{\Gamma,ext,mod} - S^{(1)} u_{\Gamma,i} \right)$$

Τέλος, εφαρμόζουμε χαλάρωση στις μεταβλητές της διεπιφάνειας  $\Gamma$  σύμφωνα με την εξίσωση στο βήμα 5 και αυτό μας δίνει την επαναληπτική μορφή της διαδικασίας υποσυνόλων:

$$u_{\Gamma,i+1} = u_{\Gamma,i} + \omega_i \left( S^{(2)-1} R_{\Gamma,ext,mod} - S^{(2)-1} (S^{(1)} + S^{(2)}) u_{\Gamma,i} \right)$$

Τώρα εάν συγκρίνουμε τον παραπάνω τύπο με τους τρεις τύπους θα δούμε ότι υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ των μεταβλητών, η οποία είναι:  $A = S^{(1)} + S^{(2)}$  (operator), προ-σταθεροποιητής  $M = S^{(2)}$ , τροποποιημένο διάνυσμα  $R_{\Gamma,ext,mod}$  και μήκος βήματος  $\lambda_i$  ίσο με την παράμετρο χαλάρωσης  $\omega_i$  που έχουμε δει.

Η διαδικασία εύρεσης αυτών των συντελεστών χαλάρωσης  $\omega_i$  χρησιμοποιώντας την εξίσωση για το μήκος βήματος, παρουσιάζεται αμέσως μετά. Μπορεί να γίνει χωρίς την ακριβή μόρφωση των γενικών συμπληρωμάτων *Schur*. Πρώτα το διευθύνον διάνυσμα  $g$  πρέπει να διαμορφωθεί με την εισαγωγή της εξίσωσης για το  $g(u_i)$  στο πρόβλημα των υποσυνόλων:

$$g(u_{\Gamma,i}) = S^{(2)-1} R_{\Gamma,ext,mod} - S^{(2)-1} (S^{(1)} + S^{(2)}) u_{\Gamma,i} = \tilde{u}_{\Gamma,i+1} - u_{\Gamma,i}$$

Το διευθύνον διάνυσμα είναι ίσο με την επαναληπτική βελτίωση της παραμέτρου της διεπιφάνειας. Το επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός της παραγώγου:

$$M^{-1} A \cdot g = \left( S^{(2)-1} (S^{(1)} + S^{(2)}) \right) g = S^{(2)-1} S^{(1)} \cdot g + g$$

Το πιο πάνω επιτυγχάνεται με την επίλυση του εξωτερικού ομογενούς προβλήματος διεπιφάνειας με το διάνυσμα υπολείμματος  $g$  ως μόνου φορτίου: Πρώτα υπολογίζεται το  $S_1 \cdot g$  επιλύοντας το πρόβλημα *Dirichlet*  $\Omega_1$  με συνοριακές συνθήκες *Dirichlet*  $g$  (εξίσωση 1.16 με  $R_{I,ext}^{(1)} = 0$ ):

$$R_{\Gamma}^* = S^{(1)} \cdot g$$



Στη συνέχεια ο πολλαπλασιασμός από αριστερά αυτής της «δύναμης - διάνυσμα σύζευξης» με το  $S^{(2)^{-1}}$ , γίνεται επιλύοντας το πρόβλημα *Neumann*  $\Omega_2$  με συνοριακές συνθήκες *Neumann*  $R_\Gamma^*$  (εξίσωση (1.19) με  $R_{\Gamma,ext,mod} = 0$ ):

$$u_\Gamma^* = -S^{(2)^{-1}} S^{(1)} \cdot g$$

Τέλος ο απαιτούμενος όρος:

$$M^{-1} A \cdot g = -u_\Gamma^* + g$$

προστίθεται και τα υπολειπόμενα παράγωγα της εξίσωσης για το  $\lambda_i$  μπορούν να μας δώσουν την παράμετρο χαλάρωσης  $\omega_i$ .

Το μοναδικό επιπρόσθετο υπολογιστικό κόστος για τον υπολογισμό της παραμέτρου χαλάρωσης είναι οι πράξεις διανυσμάτων και μια επίλυση για το κάθε υποσύστημα. Ωστόσο, εάν ένας άμεσος λύτης εξισώσεων χρησιμοποιηθεί για τις επιλύσεις των υποσυστημάτων, το παραγοντοποιημένο (ενεργό) μητρώο στιβαρότητας υποσυνόλου, που εμφανίζεται στα αλγοριθμικά βήματα 1 και 3, μπορεί να ξαναχρησιμοποιηθεί. Ακόμη και σε μια μη-γραμμική περίπτωση το παραγοντοποιημένο εφαπτομενικό μητρώο στιβαρότητας από την τελευταία *Newton Raphson* επανάληψη βήματος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της παραμέτρου χαλάρωσης. Σε κάθε ένα από τα υποσύνολα μόνο μια εμπρός-απομείωση και μια πίσω-αντικατάσταση πρέπει να εκτελεστούν, πράξεις οι οποίες είναι σχετικά πολύ μικρές σε υπολογιστικό κόστος σε σχέση με την παραγοντοποίηση. Επιπλέον, η συχνότητα με την οποία υπολογίζεται η παράμετρος χαλάρωσης στα χρονικά βήματα είναι συνήθως σχετικά ίδια. Μπορούμε να μειώσουμε το υπολογιστικό κόστος, χρησιμοποιώντας τις ίδιες παραμέτρους χαλάρωσης ανά κάποια χρονικά τμήματα, ως ότου ο ρυθμός σύγκλισης μειωθεί ή ως ότου ο αριθμός μέγιστων χρήσεων των ίδιων παραμέτρων χαλάρωσης υπερβεί μια συγκεκριμένη τιμή. Η τιμή αυτή ορίζεται από τον χρήστη.

## 2.2 VOF – Volume of Fluid

Η υπολογιστική προσομοίωση ενός προβλήματος ασυμπίεστης ροής ρευστού, διεξάγεται λύνοντας τρεις εξισώσεις: εξίσωση συνέχειας (διατήρηση της μάζας), εξίσωση Navier-Stokes (διατήρηση της ορμής) και εξίσωση διατήρησης της ενέργειας. Με δεδομένο ότι η επίδραση της μεταφοράς θερμότητας είναι αμελητέα, η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας μπορεί να παραλειφθεί.

Η εξίσωση συνέχειας δίνεται ως:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.29)$$

Όπου  $v$  η ταχύτητα της ροής.

Στην ασυμπίεστη ροή, η πυκνότητα παραμένει σταθερή, συνεπώς η εξίσωση συνέχειας – διατήρησης μάζας γίνεται:

$$\nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.30)$$

Η εξίσωση Navier-Stokes δίνεται ως:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + f$$

όπου  $\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v$  και συνεπώς,

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + f \quad (2.31)$$

Η οποία αναπτύσσεται:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_i \partial x_j} + \rho g_i$$

Όπου  $\rho$  η πυκνότητα,  $p$  η πίεση,  $t$  ο χρόνος,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $\mu$  το δυναμικό ιξώδες.

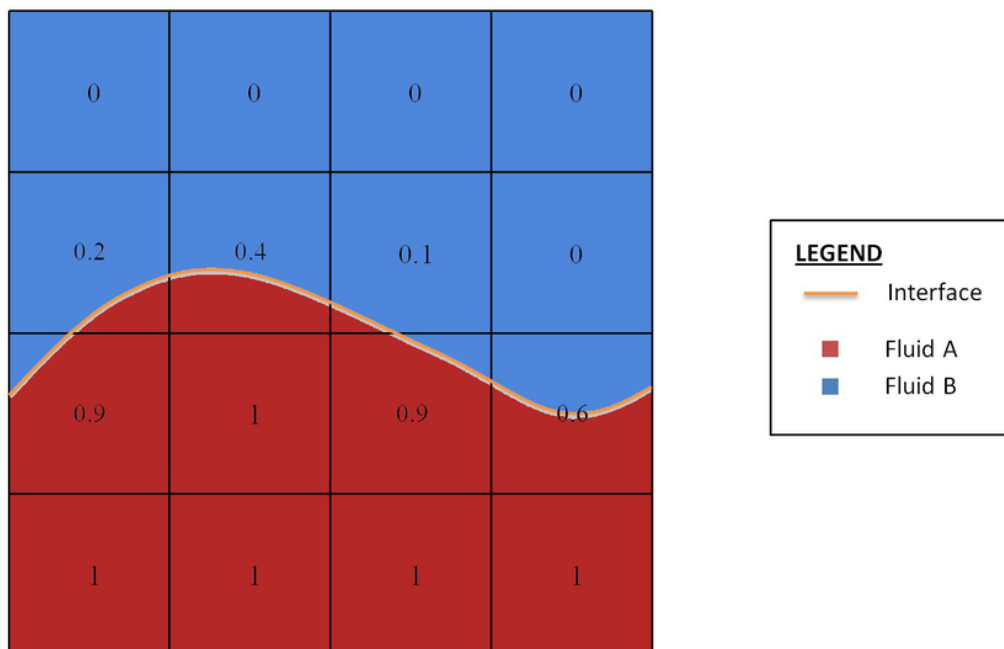
Το αριστερό μέλος της εξίσωσης είναι το γινόμενο της πυκνότητας με την επιτάχυνση των σωματιδίων του ρευστού. Ο όρος αυτός είναι ανάλογος του όρου  $ma$ , δηλαδή μάζα επί επιτάχυνση.

Το δεξί μέλος της εξίσωσης αντιπροσωπεύει τις δυνάμεις – φορτίσεις που είναι υπεύθυνες για την επιτάχυνση των σωματιδίων του ρευστού: βαθμίδα πίεσης, τάσεις ιξώδους και εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στον όγκο.

Συνεκδοχικά, η εξίσωση Navier-Stokes προκύπτει από την εξίσωση διατήρησης της ορμής και το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα  $F = ma$ .

$$\rho \left( \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{\substack{\text{μεταβολή} \\ \text{ταχύτητας} \\ \text{με το χρόνο}}} + \underbrace{u \cdot \nabla u}_{\substack{\text{μεταβολή} \\ \text{ταχύτητας} \\ \text{λόγω} \\ \text{συναγωγής} \\ \text{(convective} \\ \text{acceleration)}}} \right) = - \underbrace{\nabla p}_{\substack{\text{βαθμίδα πίεσης} \\ \text{(pressure} \\ \text{gradient)}}} + \underbrace{\mu \nabla^2 u}_{\substack{\text{διάχυση της} \\ \text{ορμής λόγω} \\ \text{ιξώδους} \\ \text{(diffusion)}}} + \underbrace{\rho g}_{\substack{\text{εξ.δυνάμεις} \\ \text{που ασκούνται} \\ \text{στο σώμα}}}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αφορούν το πρόβλημα της ροής μίας μόνο φάσης ρευστού. Ωστόσο, στο φαινόμενο του sloshing συμμετέχουν δύο φάσεις ρευστού–αέρας και νερό. Επομένως, απαιτούνται πρόσθετα μοντέλα για την προσομοίωση αυτού του φαινομένου πολυφασικής ροής.



Σχηματική απεικόνιση του μοντέλου VOF

Το μοντέλο VOF χρησιμοποιείται για την ανάλυση ροών, κατά τις οποίες, τα συμμετέχοντα ρευστά δεν αναμιγνύονται και υπάρχει μεταξύ τους μια διακριτή και καθορισμένη διεπιφάνεια. Το μοντέλο VOF μπορεί και «αντιλαμβάνεται» έμμεσα αυτήν τη διεπιφάνεια και συνεπώς είναι πολύ αποτελεσματικό σε μοντελοποίηση προβλημάτων ροής, στις οποίες το σχήμα της διεπιφάνειας μας ενδιαφέρει. Ο κυματισμός που προκαλείται σε μια δεξαμενή και κατ' επέκταση το φαινόμενο sloshing, καθιστούν την διεπιφάνεια μεταξύ νερού και αέρα, πεδίο ενδιαφέροντος.

Ως συνάρτηση ένδειξης της φάσης (phase indicator function), η οποία καταλαμβάνει ένα συγκεκριμένο κελί του διφασικού ρευστού, χρησιμοποιείται η κλασματική ποσότητα του ρευστού (volume fraction).

Το volume fraction της  $i$  φάσης σε ένα κελί ενός πολυφασικού χώρου δίνεται ως:

$$a_i = \frac{V_i}{V} \quad (2.32)$$

Όπου  $V_i$  ο όγκος της  $i$  φάσης στο κελί και  $V$  ο συνολικός όγκος του κελιού.

Σε έναν χώρο που συνυπάρχουν δύο φάσεις, το volume fraction ορίζεται ως:

- $a_1 = 1$ , κελί εξ ολοκλήρου φάση 1
- $a_1 = 0$ , κελί εξ ολοκλήρου φάση 2
- $0 < a_1 < 1$ , κελί στη διεπιφάνεια

Στο μοντέλο VOF, ο χώρος μοντελοποιείται ως ένα ρευστό, του οποίου η πυκνότητα και το ιξώδες ορίζονται με χρήση της συνάρτησης φάσης, δηλαδή:

$$\rho = a_i \rho_i$$

$$\mu = a_i \mu_i$$

Οι παραπάνω εξισώσεις πυκνότητας και ιξώδους, χρησιμοποιούνται στις εξισώσεις που διέπουν το μοντέλο, προκειμένου να λυθεί το πρόβλημα διφασικής ροής.

Επιπρόσθετα, η εξέλιξη – μεταβολή της διεπαφής ως προς τον χρόνο και τον χώρο, διέπεται από την εξίσωση μεταφοράς (transport equation) της συνάρτησης φάσης (phase indicator function)

$$\frac{\partial a_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial a_i}{\partial x_i} + \frac{\partial (v_{r,i} a_i (1 - a_i))}{\partial x_i} = s_{ai} \quad (2.33)$$

Οι δύο πρώτοι όροι του αριστερού μέλους της παραπάνω εξίσωσης είναι με τη σειρά, η μεταβολή του volume fraction με τον χρόνο και η μεταβολή της ταχύτητας λόγω συναγωγής, δηλαδή επιτάχυνση λόγω της κίνησης των σωματιδίων του ρευστού, από ένα σημείο του ροϊκού πεδίου σε ένα άλλο.

Ο τρίτος όρος του αριστερού μέλους, εκφράζει την συμπίεση της επιφάνειας και συνεισφέρει μόνο στην διεπιφάνεια των ρευστών ( $0 < a_1 < 1$ ). Αυτός ο όρος μετριάζει την επίδραση της αριθμητικής διάχυσης και έτσι προκύπτει μία ευδιάκριτη διεπιφάνεια.  $v_{r,i}$  είναι η σχετική ταχύτητα μεταξύ των δύο φάσεων και προσεγγίζεται με βάση την ταχύτητα του ρευστού στην διεπιφάνεια.

Η ταχύτητα που προκύπτει από την εξίσωση Navier-Stokes, και οι εξισώσεις συνέχειας, αντικατοπτρίζονται στον «συναγωγικό» όρο της εξίσωσης μεταφοράς για τη συνάρτηση φάσης. Έτσι, οι τρεις εξισώσεις λύνονται από κοινού ούτως ώστε να αναλυθεί η διεπιφάνεια με έμμεση ή implicit αναπαράσταση του συνολικού ρευστού.

## 2.3 Το Μοντέλο Τύρβης k-epsilon στο ANSYS

Το k αντιπροσωπεύει την τυρβώδη κινητική ενέργεια και ορίζεται ως η διακύμανση των μεταβολών της ταχύτητας. Έχει μονάδες  $m^2/s^2$ . Το ε εκφράζει διάχυση του ρυθμό διασκορπισμού της τύρβης και έχει μονάδες  $m^2/s^3$

Το μοντέλο k-ε εισάγει δύο νέες μεταβλητές στο σύστημα εξισώσεων. Η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (2.33)$$

Και οι εξίσωση της ορμής γίνεται:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + S_M \quad (2.34)$$

Όπου  $S_M$  το άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα,  $\mu_{eff}$  το effective ιώδες που καθορίζει την τύρβη και  $p'$  η τροποποιημένη πίεση που δίνεται από την σχέση:

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (2.35)$$

Το μοντέλο k-ε, βασίζεται στην παρακάτω θεώρηση: Κατά την μελέτη της τυρβώδους ροής, μια κοινή πρακτική είναι η θεώρηση των στροβιλισμών μικρής κλίμακας ως αμελητέων κατά την κίνηση και ο υπολογισμός της μεγάλης κλίμακας κίνησης με βάση ένα δραστικό, ή effective ιώδες, που ονομάζεται ιώδες στροβιλισμού (eddy viscosity) και χαρακτηρίζει την μεταφορά και τον εκφυλισμό της ενέργειας στην ροή μικρής κλίμακας. Σε αντίθεση με το ιώδες της ροής το οποίο πρέπει να έχει θετικό πρόσημο, το ιώδες eddy μπορεί να είναι και αρνητικό.

Συγκεκριμένα:  $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$

Όπου  $\mu_t$  το ιώδες της τυρβώδους ροής και  $\mu$  το ιώδες της στρωτής ροής.

Το μοντέλο k-ε θεωρεί ότι το ιώδες της τυρβώδους ροής και η κινητική ενέργεια συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.36)$$

Όπου  $C_\mu$  μία σταθερά.

Οι τιμές των  $k$  και  $\varepsilon$  εξάγονται απευθείας από τις διαφορικές εξισώσεις μεταφοράς για την τυρβώδη κινητική ενέργεια και τον ρυθμό διασκορπισμού της τύρβης:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon + P_{kb} \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon + C_{\varepsilon 1} P_{\varepsilon b}) \quad (2.38)$$

Όπου  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  και  $\sigma_\varepsilon$  σταθερές.

Τα  $P_{kb}$  και  $P_{\varepsilon b}$  αντιπροσωπεύουν την επίδραση των δυνάμεων άνωσης. Το  $P_k$  εκφράζει την δημιουργία τύρβης εξαιτίας των το δυνάμεων του ιξώδους και διαμορφώνεται με βάση την παρακάτω σχέση:

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \left( 3\mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \quad (2.39)$$

Για ασυμπίεστη ροή, ο όρος  $\partial U_k / \partial x_k$  είναι μικρός και ο δεύτερος όρος του δεξιού μέλους δεν συνεισφέρει σημαντικά. Για συμπίεστη ροή ο όρος  $\partial U_k / \partial x_k$  είναι μεγάλος μόνο σε περιοχές με μεγάλες αποκλίσεις στην ταχύτητα, όπως π.χ. στην περίπτωση απότομων διαταραχών της ροής.

Ο όρος  $3\mu_t$  βασίζεται στην θεώρηση του “frozen stress”, η οποία εμποδίζει τις τιμές των  $k$  και  $\varepsilon$  να πάρουν πολύ μεγάλες τιμές κατά τη διάρκεια απότομων διαταραχών (shocks), μια κατάσταση η οποία επιδεινώνεται προοδευτικά κατά την αναπροσαρμογή και βελτίωση του πλέγματος σε συνθήκες shock.

### Scalable Wall Function

Η προσέγγιση των συναρτήσεων τοιχώματος στο λογισμικό ANSYS CFX είναι μια προέκταση της μεθόδου των Launder και Spalding. Στη ρευστοδυναμική, ο νόμος του τοιχώματος (Law of the Wall) δηλώνει ότι η μέση ταχύτητα μιας τυρβώδους ροής σε μια συγκεκριμένη περιοχή, είναι ανάλογη του λογαρίθμου της απόστασης από εκείνο το σημείο στο «τοιχώμα» ή το όριο της περιοχής ρευστού. Στην περιοχή αυτή, η εφαπτομενική ταχύτητα κοντά στο τοίχωμα σχετίζεται με την διατμητική τάση στο τοίχωμα  $\tau_\omega$  με λογαριθμική σχέση.

Στην προσέγγιση των συναρτήσεων τοιχώματος, η περιοχή του υποστρώματος της ροής, το οποίο επηρεάζεται από το ιξώδες γεφυρώνεται χρησιμοποιώντας εμπειρικούς τύπους για τον καθορισμό οριακών συνθηκών κοντά στο τοίχωμα για τις εξισώσεις μέσης ροής και στροβιλισμού. Οι τύποι αυτοί συνδέουν τις συνθήκες

τοιχώματος (για παράδειγμα, την διατμητική τάση στο τοίχωμα) με τις εξαρτώμενες μεταβλητές των κόμβων του πλέγματος που βρίσκονται κοντά στο τοίχωμα, περιοχή που θεωρείται ότι βρίσκεται στην πλήρως τυρβώδη περιοχή του οριακού στρώματος.

Η λογαριθμική σχέση για την ταχύτητα κοντά στο τοίχωμα δίνεται από:

$$u^+ = \frac{U_t}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (2.40)$$

Όπου

$$y^+ = \frac{\rho \Delta y u_\tau}{\mu} \quad (2.41)$$

$$u_\tau = \left( \frac{\tau_\omega}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.42)$$

Όπου  $u^+$  είναι η ταχύτητα κοντά στο τοίχωμα,  $u_\tau$  είναι η ταχύτητα λόγω τριβής,  $U_t$  είναι η γνωστή ταχύτητα εφαπτομενική στο τοίχωμα σε μία απόσταση  $\Delta y$  από αυτό,  $y^+$  είναι η αδιάστατη απόσταση από το τοίχωμα,  $\tau_\omega$  είναι η διατμητική τάση στο τοίχωμα,  $\kappa$  είναι η σταθερά von Karman και  $C$  είναι μία σταθερά που εξαρτάται από την τραχύτητα του τοιχώματος.

Η εξίσωση έχει το πρόβλημα ότι γίνεται μοναδιαία σε σημεία διαχωρισμού, όπου η ταχύτητα κοντά στο τοίχωμα  $U_t$  πλησιάζει το μηδέν. Στην λογαριθμική περιοχή, μια εναλλακτική κλίμακα ταχύτητας  $u^*$ , μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί της  $u_\tau$ :

$$u^* = C_\mu^{1/4} k^{1/2} \quad (2.43)$$

Αυτή η κλίμακα έχει την ιδιαίτερα χρήσιμη ιδιότητα να μην παίρνει την τιμή μηδέν όταν η  $U_t$  είναι μηδέν. Με βάση αυτόν τον ορισμό μπορεί να εξαχθεί η παρακάτω άμεση (explicit) εξίσωση για την  $u_\tau$ :

$$u_\tau = \frac{U_t}{\frac{1}{\kappa} \ln(y^*) + C} \quad (2.44)$$

Η απόλυτη τιμή της διατμητικής τάσης κοντά στο τοίχωμα  $\tau_\omega$  δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_\omega = \rho u^* u_\tau \quad (2.45)$$

Όπου

$$y^* = (\rho u^* \Delta y) / \mu \quad (2.46)$$

Και η  $u^*$  όπως ορίστηκε παραπάνω.

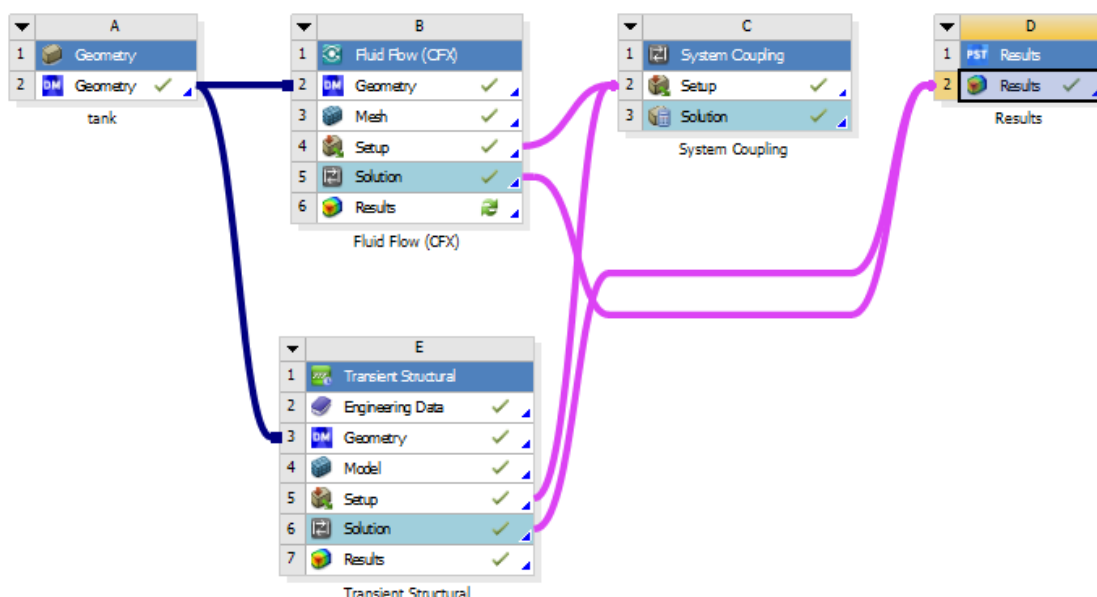
Η βασική ιδέα πίσω από την κλιμακούμενη προσέγγιση τοίχου-λειτουργίας είναι ο περιορισμός της τιμής  $y^*$  που χρησιμοποιείται στο λογαριθμική διατύπωση, με μια χαμηλότερη τιμή  $\tilde{y}^* = \max(y^*, 11.06)$ , όπου 11.06 είναι η τιμή του  $y^*$  στη τομή μεταξύ του λογαριθμικού και του γραμμικού προφίλ κοντά στο τοίχωμα. Συνεπώς, δεν επιτρέπεται στο υπολογιζόμενο  $\tilde{y}^*$  να πέσει κάτω από αυτό το όριο. Συνεπώς, όλα τα σημεία του πλέγματος είναι εκτός του τυρβώδους υποστρώματος και συνεπώς αποφεύγονται όλες οι ασυνέχειες του πλέγματος.



### 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ ANSYS



#### 3.1 Επιλογή των Solver και γεωμετρία διάταξης

































































Για την δυναμική υπολογιστική ανάλυση της δεξαμενής – ρευστού χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό πακέτο ANSYS. Πιο συγκεκριμένα, για να συνδιαστεί η ανάλυση στερεού και ρευστού, επιλέχθηκαν απο το πακέτο ANSYS Workbench τα modules Transient Structural, Fluid Flow (CFX) και System Coupling. Όπως απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα, αρχικά σχεδιάστηκε η γεωμετρία στο Geometry και στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε απο κοινού και στα δύο modules για τις αναλύσεις.



Σχήμα 3.1: Διάγραμμα σύνδεσης modules Ansys Workbench.

Η γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε είναι κυλινδρική δεξαμενή χωρίς οροφή, διαμέτρου 6.3 m και ύψους 7.4 m ( $d/h = 0.85$ ) με πάχος τοιχώματος 6 mm και πάχος βάσης 9 mm, καθώς μια μεγαλύτερη γεωμετρία θα απαιτούσε πολύ μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ.

4	 Structural Steel	 General_Materials	Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
*	Click here to add a new material		

Properties of Outline Row 4: Structural Steel							
	A	B	C	D	E		
1	Property	Value	Unit				
2	 Material Field Variables	 Table					
3	 Density	7850	kg m^-3				
4	 Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion						
5	 Coefficient of Thermal Expansion	1.2E-05	C^-1				
6	 Isotropic Elasticity						
7	Derive from	Young's Mo...					
8	Young's Modulus	2E+11	Pa				
9	Poisson's Ratio	0.3					
10	Bulk Modulus	1.6667E+11	Pa				
11	Shear Modulus	7.6923E+10	Pa				
12	 Strain-Life Parameters						
13	Display Curve Type	Strain-Life					
14	Strength Coefficient	9.2E+08	Pa				
15	Strength Exponent	-0.106					
16	Ductility Coefficient	0.213					
17	Ductility Exponent	-0.47					
18	Cyclic Strength Coefficient	1E+09	Pa				
19	Cyclic Strain Hardening Exponent	0.2					
20	 Tensile Yield Strength	2.5E+08	Pa				
21	 Compressive Yield Strength	2.5E+08	Pa				
22	 Tensile Ultimate Strength	4.6E+08	Pa				
23	 Compressive Ultimate Strength	0	Pa				

Σχήμα 3.2: Επιλογή υλικών.

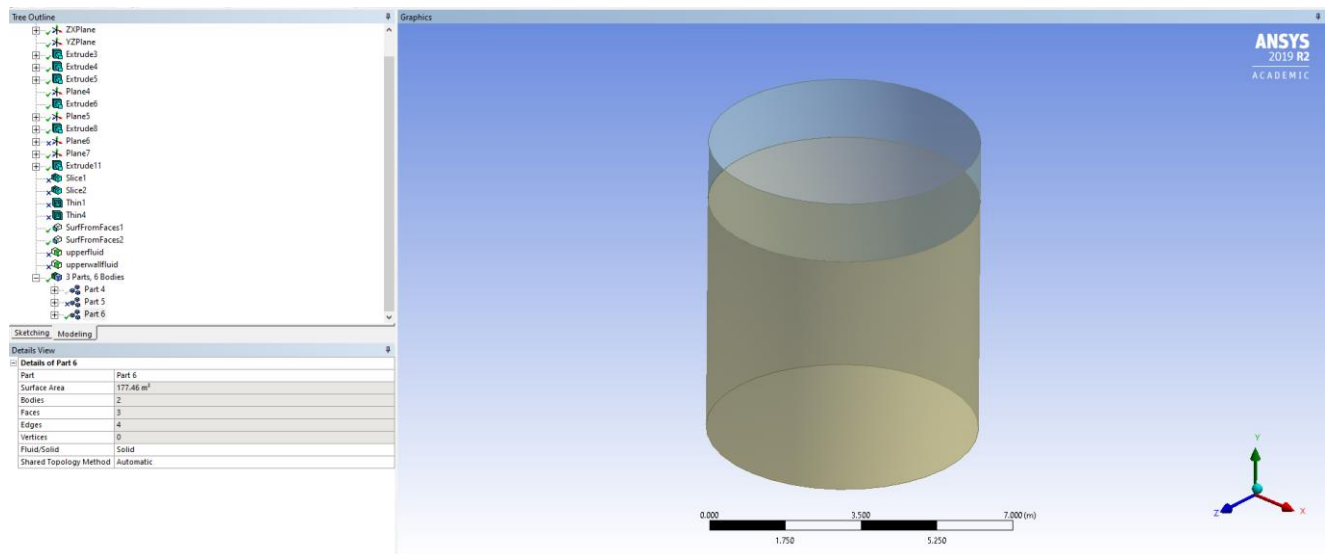
### Επιλογή CFX έναντι Fluent

Το λογισμικό Fluent χρησιμοποιεί τη μέθοδο πεπερασμένου όγκου cell-centered finite-volume για τη διακριτοποίηση του μοντέλου, ενώ το CFX χρησιμοποιεί την vertex-centered μέθοδο.

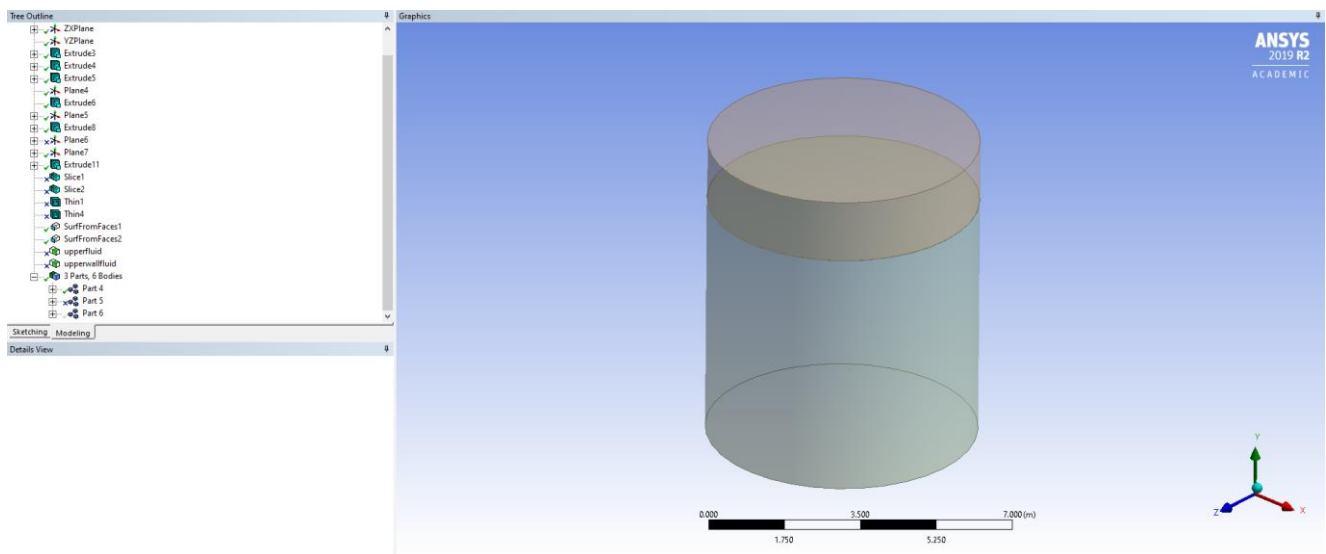
Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, το Fluent να έχει μεγαλύτερο αριθμό βαθμών ελευθερίας αλλά λιγότερες αριθμητικές ροές (fluxes) ανά άγνωστη μεταβλητή, καθιστώντας το μοντέλο του Fluent πιο απαιτητικό υπολογιστικά, με μεγαλύτερες απαιτήσεις σε μνήμη (περίπου τη διπλάσια από το CFX). Θα ήταν λογικό να ισχυριστεί κανείς ότι λόγω περισσότερων β.ε., το Fluent θα προσδίδει μεγαλύτερη ακρίβεια, ωστόσο ο σχετικά χαμηλός αριθμός ροών επηρεάζει αρνητικά την ακρίβεια και έτσι είναι δύσκολο να κριθεί ποιο από τα δύο λογισμικά είναι πιο ακριβές.

Γενικά για τρισδιάστατες αναλύσεις, το λογισμικό CFX είναι προτιμότερο καθώς διαθέτει πολύ ισχυρό solver και συνεπώς απαιτεί μικρότερο αριθμό επαναλήψεων για να επιτευχθεί η σύγκλιση (περίπου το 1/5 αυτών του Fluent), είναι ευκολότερο να επιτηρηθούν τα επιθυμητά μεγέθη σε διάφορα σημεία μέτρησης και προσφέρει μεγάλη ανοχή στην αναπροσαρμογή του πλέγματος.

Στο Geometry κατασκευάστηκαν δύο ξεχωριστά σώματα, το στερεό και το ρευστό, όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 3.3: Γεωμετρία στερεού στο geometry.



Σχήμα 3.4: Γεωμετρία ρευστού στο geometry.

## 3.2 Υπολογιστική μοντελοποίηση ρευστού

Για την υπολογιστική μοντελοποίηση του ρευστού χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό πακέτο που περιέχεται στο ANSYS Workbench, το CFX. Η διακριτοποίηση έγινε με το Ansys Meshing, ενώ η υπολογιστική επίλυση έγινε με το ANSYS CFX. Το λογισμικό αυτό χρησιμοποιείται για την επίλυση ρευστομηχανικών προβλημάτων, είναι αρκετά εύχρηστο και δίνει στο χρήστη πολλές επιλογές. Αυτό το καθιστά εξαιρετικά χρήσιμο εργαλείο, το οποίο χρησιμοποιείται όλο και συχνότερα στη διεθνή βιβλιογραφία, και αποτελεί μία καλή εναλλακτική του πειράματος, εφόσον το κόστος, οι πόροι και η ανεπαρκής ευελιξία που αυτό συνεπάγεται το καθιστούν αδύνατο.

Μειονέκτημα του συγκεκριμένου πακέτου είναι οι χρονοβόρες λύσεις για τρισδιάστατα σύνθετα προβλήματα, ειδικά σε συμβατικούς προσωπικούς υπολογιστές. Τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από τον επιλυτή (Solver) του CFX, υφίστανται επεξεργασία από τον Post Processor, έτσι ώστε να εξαχθούν αξιόπιστα συμπεράσματα στο τέλος της ανάλυσης.

### 3.2.1 Διαμόρφωση πλέγματος ρευστού

Η κατασκευή του πλέγματος αποτελεί το σημαντικότερο παράγοντα σε κάθε πρόβλημα υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Με την κατασκευή του πλέγματος, διαιρείται το υπολογιστικό χωρίο σε μικρούς πεπερασμένους όγκους (volumes), καθένας με συγκεκριμένο αριθμό κόμβων (nodes). Οι διαφορικές εξισώσεις διακριτοποιούνται σε αυτούς τους όγκους.

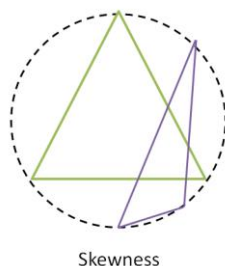
Όπως είναι εύκολα αντιληπτό, η ακρίβεια της λύσης, η ταχύτητα επίλυσης, η σύγκλιση ή μη των ζητούμενων μεγεθών εξαρτώνται από το πλέγμα.

Η ποιότητα ενός πλέγματος μπορεί να αξιολογηθεί από τα παρακάτω κριτήρια:

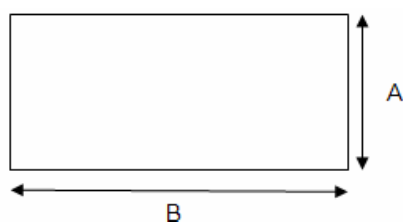
- Βαθμός σύγκλισης της λύσης (Rate of convergence).
- Ακρίβεια της λύσης (Solution accuracy).

Η ποιότητα ενός πλέγματος καθορίζεται από τους εξής παράγοντες:

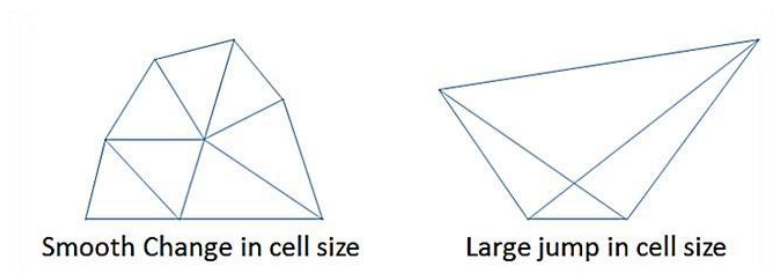
- Ασυμμετρία (Skewness) κελιού.



- Αναλογία μεταξύ των πλευρών (Aspect Ratio) ενός κελιού.



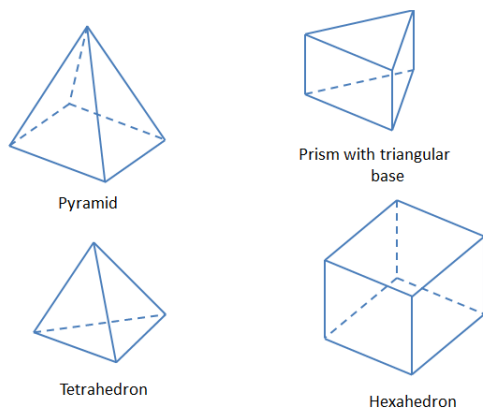
- Ομαλότητα (Smoothness) στην αλλαγή μεγέθους των κελιών.



Γενικά υπάρχουν τρία είδη πλέγματος τα οποία χρησιμοποιούνται σήμερα στην υπολογιστική ρευστομηχανική και είναι:

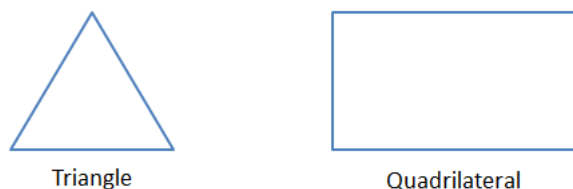
- Το δομημένο πλέγμα (structured mesh)
- Το μη-δομημένο πλέγμα (unstructured mesh)
- Το υβριδικό πλέγμα (hybrid mesh)

Τα δομημένα πλέγματα στις τρεις διαστάσεις χρησιμοποιούν εξάεδρα κελιά (12 ακμές, 8 κόμβους) ενώ τα μη-δομημένα χρησιμοποιούν τετράεδρα κελιά (6 ακμές, 4 κόμβους). Τα κελιά σε μορφή πυραμίδας χρησιμοποιούνται κυρίως σαν μεταβατικά κελιά σε υβριδικά πλέγματα, ενώ τα πρισματικά κελιά με τριγωνική βάση είναι αποδοτικά στην ανάλυση οριακού στρώματος.



**Σχήμα 3.5:** Κατηγορίες κελιών για τρισδιάστατα πλέγματα.

Στις δύο διαστάσεις (επιφανειακά πλέγματα) τα μεν δομημένα πλέγματα χρησιμοποιούν τετράγωνα κελιά, ενώ τα αδόμητα τριγωνικά.



**Σχήμα 3.6:** Κατηγορίες κελιών για δισδιάστατα πλέγματα.

Το κάθε είδος έχει τα προτερήματα και τα μειονεκτήματα του και ο χρήστης καλείται να αναγνωρίζει ποιο είναι το καταλληλότερο είδος πλέγματος, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του προβλήματος που αντιμετωπίζει. Παρακάτω ακολουθεί μια μικρή ανάλυση των πλεγμάτων:

### ΔΟΜΗΜΕΝΟ ΠΛΕΓΜΑ

#### Πλεονεκτήματα

- Τα εξάεδρα κελιά είναι πολύ αποτελεσματικά στο να καλύπτουν τον υπολογιστικό χώρο, υποστηρίζουν υψηλά επίπεδα ασυμμετρίας προτού επηρεάσουν το αποτέλεσμα της λύσης.
- Η ροή είναι ευθυγραμμισμένη με το πλέγμα, κάτι το οποίο βοηθάει στη σύγκλιση της λύσης.
- Επιτρέπει τον υψηλό έλεγχο χειρισμού από τον χρήστη και το πλέγμα μπορεί να σχεδιαστεί με μεγάλη ακρίβεια στις απαιτήσεις του σχεδιαστή.

#### Μειονεκτήματα

- Απαιτείται πολύς χρόνος για τη δημιουργία του πλέγματος σε σχέση με το μη-δομημένο πλέγμα.
- Ορισμένες γεωμετρίες δεν επιτρέπουν την δομημένη τοπολογία λόγω της υψηλής ασυμμετρίας ορισμένων κελιών.

### ΜΗ-ΔΟΜΗΜΕΝΟ ΠΛΕΓΜΑ

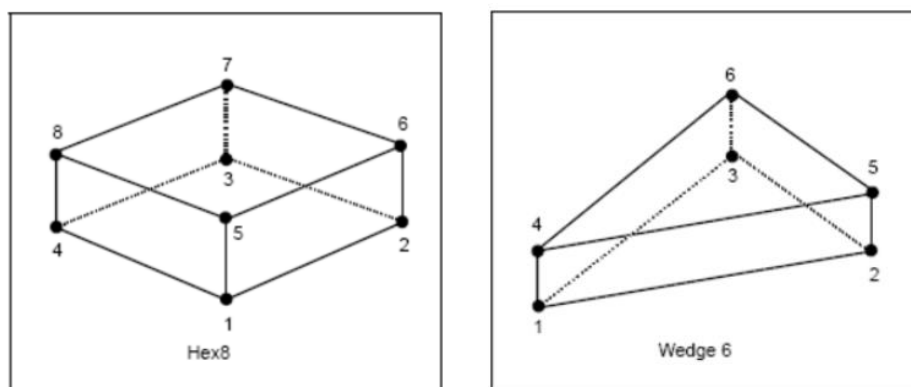
#### Πλεονεκτήματα

- Αυτοματοποιημένη διαδικασία παραγωγής πλέγματος, απαιτείται πολύ λιγότερη προσπάθεια από τον χρήστη να καθορίσει το πλέγμα.
- Ιδανικό για μη έμπειρους χρήστες.
- Δημιουργία έγκυρων πλεγμάτων για τις περισσότερες περιπτώσεις γεωμετριών.

#### Μειονεκτήματα

- Περιορισμένος έλεγχος του πλέγματος από τον χρήστη. Το πλέγμα μπορεί να μην είναι ορισμένο όπως θα ήθελε ο χρήστης σε συγκεκριμένες περιοχές της γεωμετρίας.
- Τα τετράεδρα κελιά δεν παραμορφώνονται ούτε στρέφονται καλά με αποτέλεσμα να παρατηρείται απόκλιση της λύσης.
- Απαιτούνται πολύ καλά σχεδιασμένες γεωμετρίες καθώς μικρά σφάλματα μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλα προβλήματα πλεγματοποίησης.

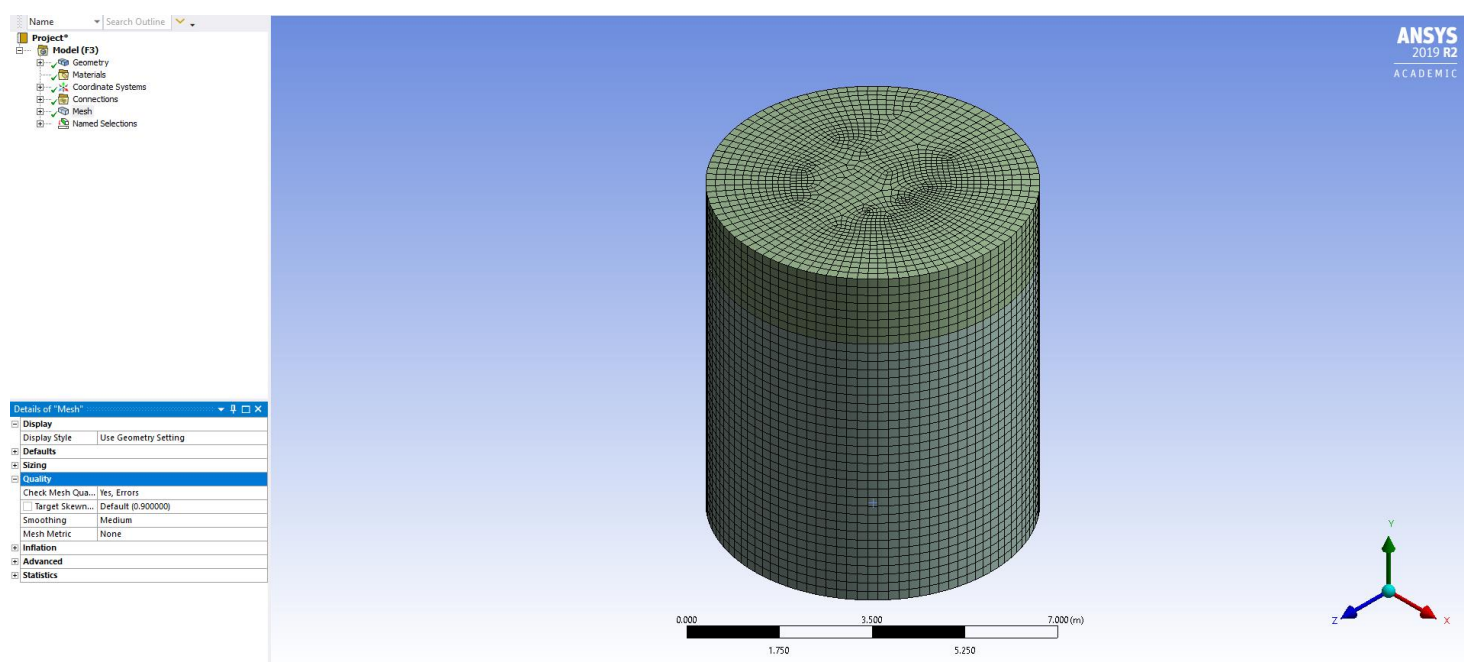
Όπως έχει προαναφερθεί, η γεωμετρία του ρευστού έχει ήδη σχεδιαστεί και εισάγεται στο Meshing tool του Ansys. Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Sweep και για τη διακριτοποίηση της γεωμετρίας χρησιμοποιήθηκαν 8-κομβά εξαέδρα στοιχεία HEX8 και 6-κομβά πρισματικά στοιχεία WED6.



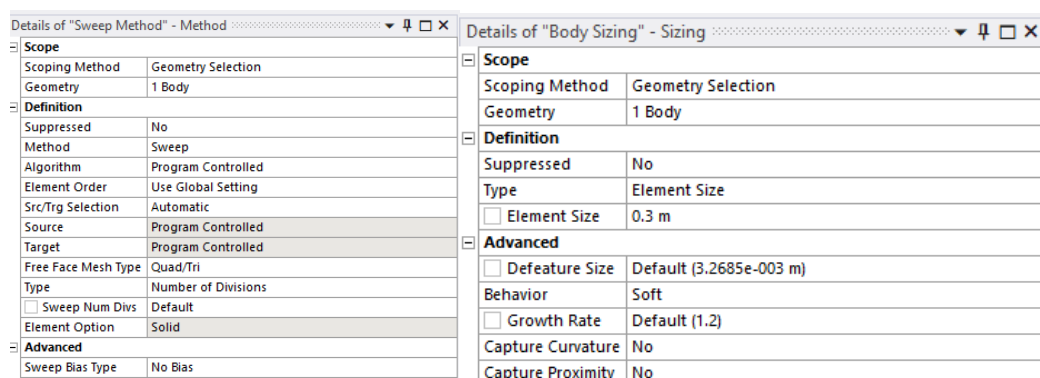
**Σχήμα 3.6:** Στοιχεία πλέγματος ρευστού HEX8 και WED6.

Σημείωση: Το Sweep αναφέρεται στη μέθοδο κατά την οποία, η πλευρά ενός όγκου διακριτοποιείται (συχνά με υψηλής ποιότητας τετράεδρα) και στη συνέχεια το παραγόμενο πλέγμα «σαρώνει» κυκλικά (sweep) το σώμα δημιουργώντας ένα συνολικό πλέγμα όγκου. Το σώμα απαιτείται να διαθέτει μια τοπολογικά συνεχή διατομή για να εφαρμοστεί αποτελεσματικά η μέθοδος.

Επίσης για την πύκνωση του πλέγματος έγινε επιλογή του μεγέθους των στοιχείων με Body Sizing.



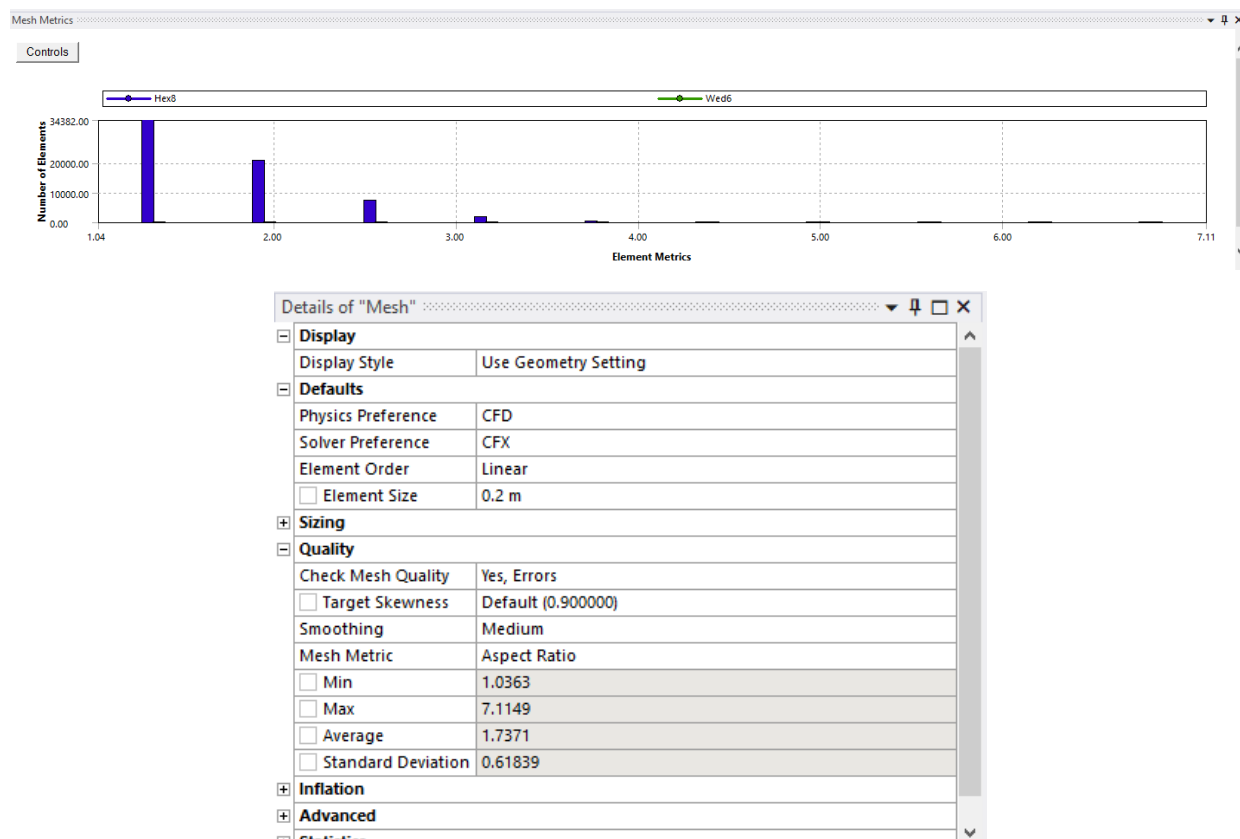
Σχήμα 3.7: Διακριτοποίηση γεωμετρίας ρευστού.



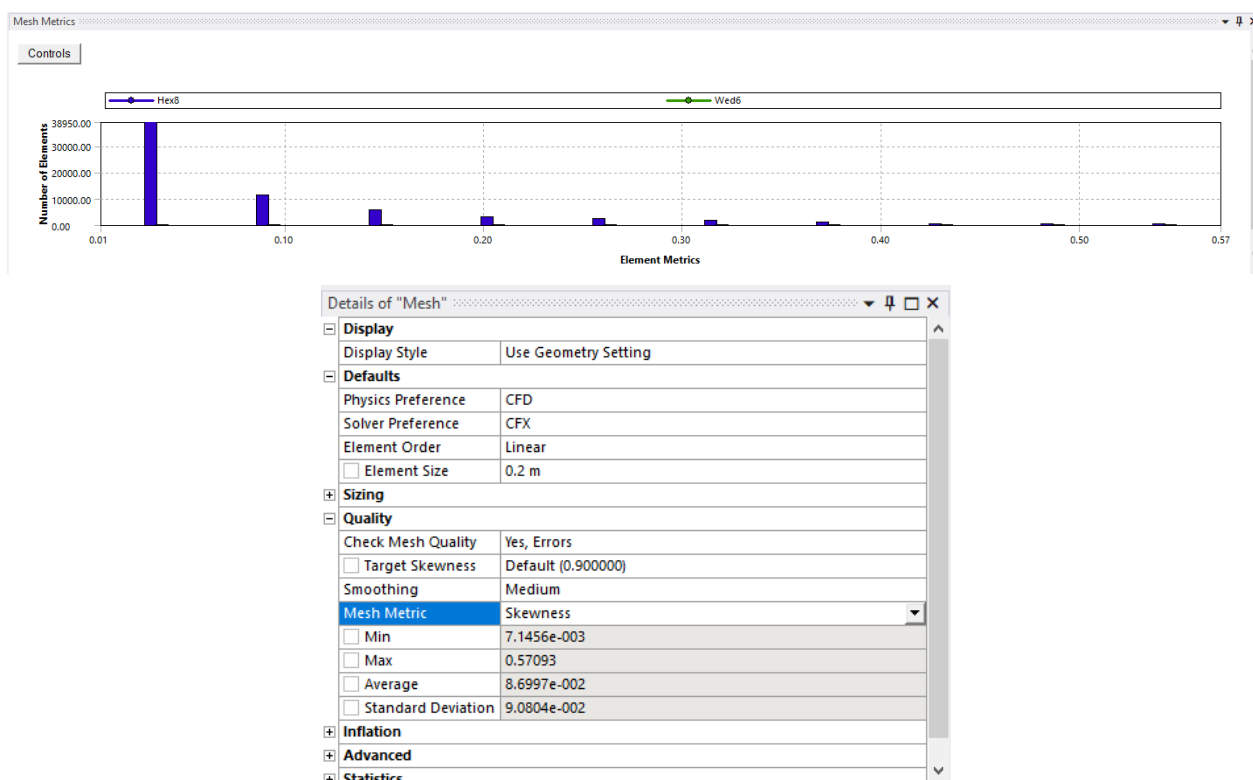
Σχήμα 3.8: Ρυθμίσεις Sweep Method και Body Sizing.



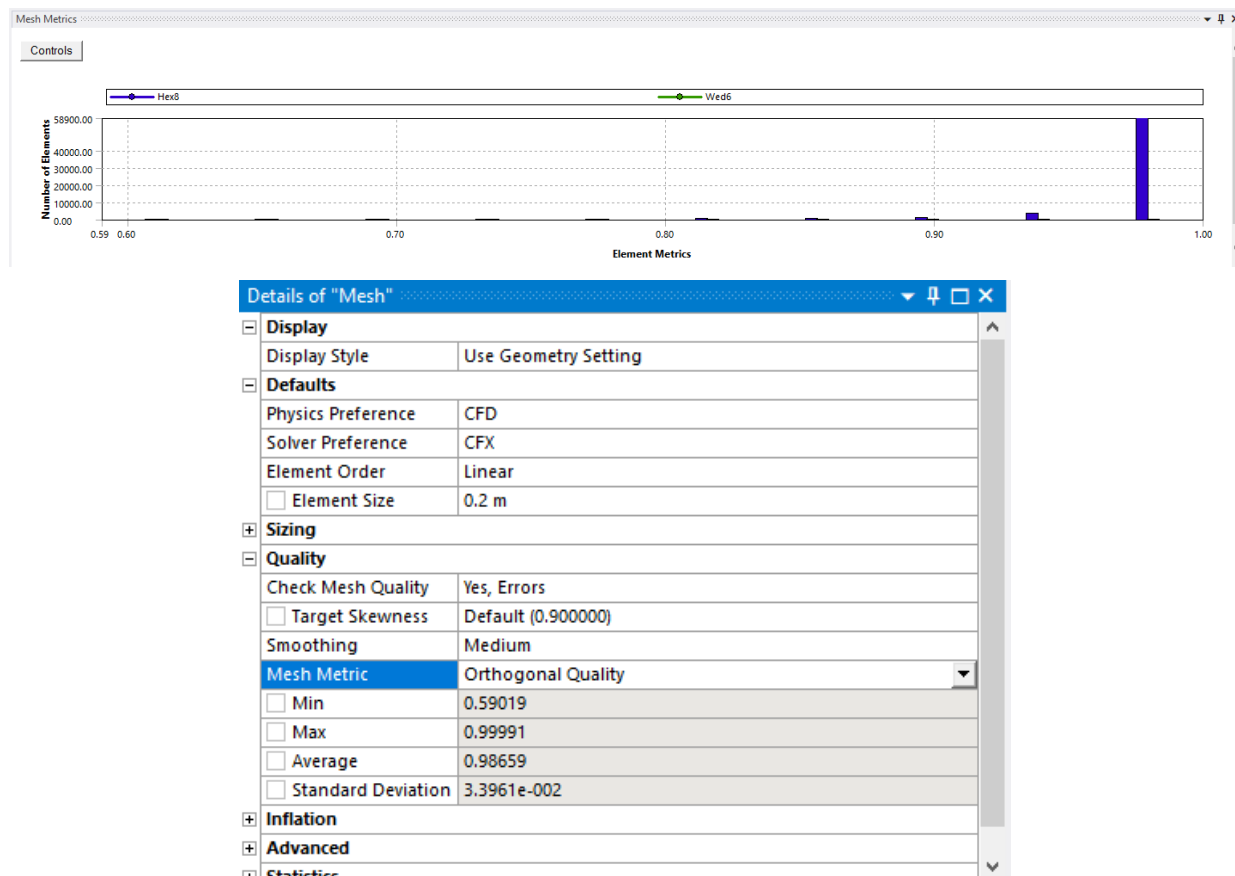
Μετά τη διακριτοποίηση, έγινε έλεγχος της ποιότητας πλέγματος με βάση τις παραμέτρους Aspect Ratio, Skewness και Orthogonal Quality.



Σχήμα 3.9: Aspect Ratio πλέγματος ρευστού.



Σχήμα 3.10: Skewness πλέγματος ρευστού.

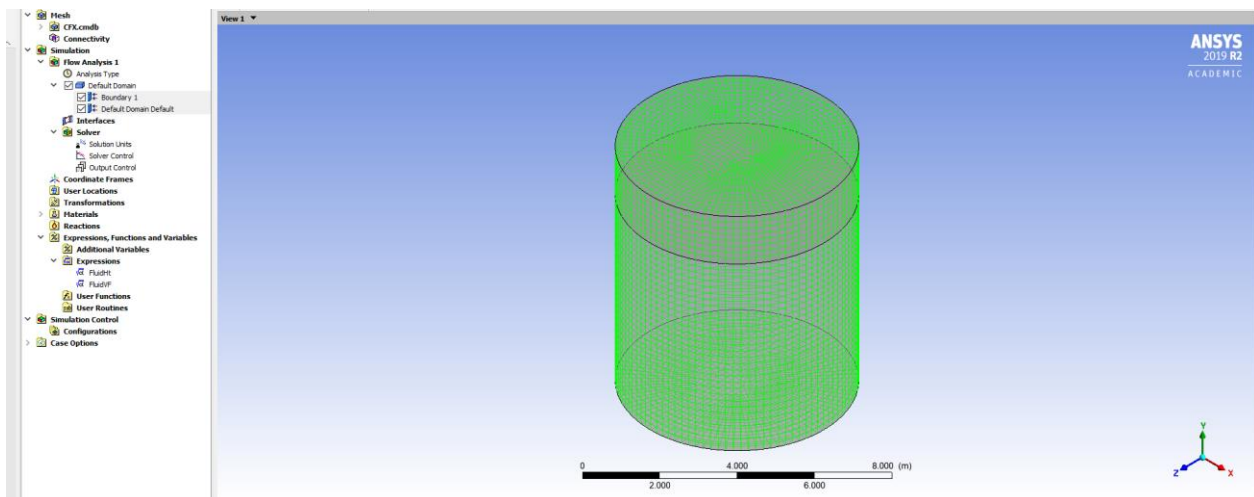


Σχήμα 3.11: Orthogonal Quality πλέγματος ρευστού.

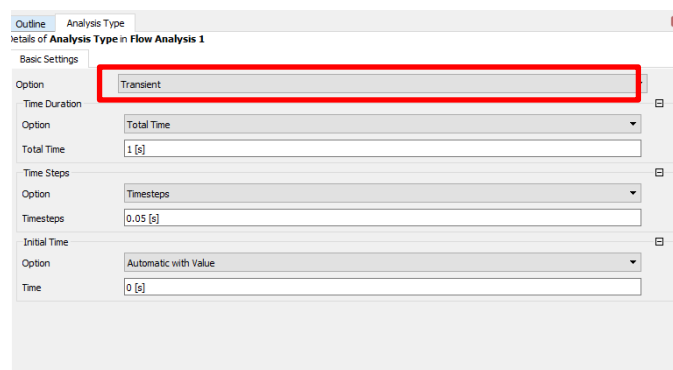
Βάσει βιβλιογραφίας, ένα πλέγμα υψηλής ποιότητας εμφανίζει Orthogonal Quality κοντά στην τιμή 1 και Skewness κοντά στην τιμή 0, κάτι το οποίο επιτεύχθηκε και στη συγκεκριμένη διακριτοποίηση.

### 3.2.2 Εισαγωγή μοντέλου στο CFX

Αφού εισαχθεί το διακριτοποιημένο μοντέλο στο CFX, πρέπει να ρυθμιστούν όλες οι παράμετροι που χαρακτηρίζουν το πρόβλημα. Αρχικά ορίζεται ο τύπος της ανάλυσης ως Transient κάτι το οποίο χαρακτηρίζει την παρούσα εργασία, καθώς το πρόβλημα είναι δυναμικό, δηλαδή μας αφορά η μελέτη και ανάλυση της διάταξης συναρτήσεως του χρόνου.



Σχήμα 3.12: Περιβάλλον CFX.



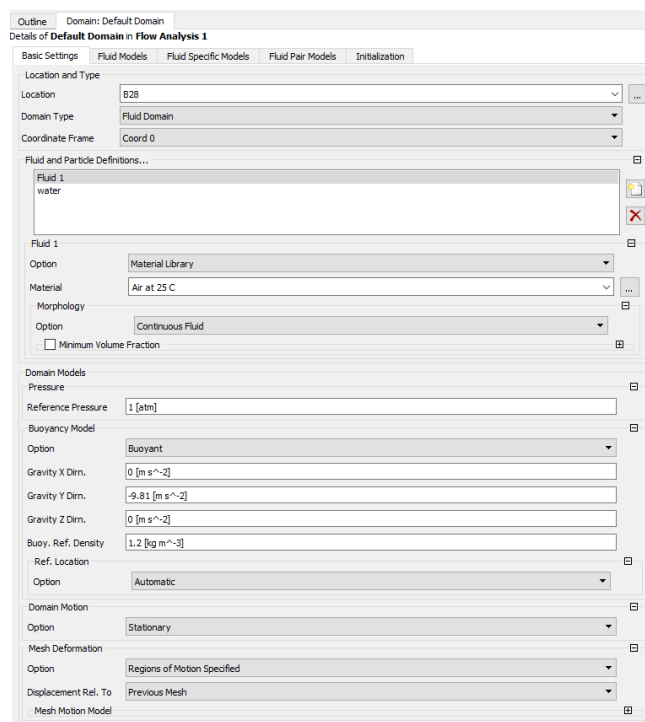
Σχήμα 3.13: Καθορισμός τύπου ανάλυσης.

Έπειτα καθορίζεται το domain του ρευστού από τα locations που έχουν δημιουργηθεί στο geometry. Στο παρόν πρόβλημα ορίζεται ολοκληρωμένο το ρευστό υγρού – αέρα ως ένα ενιαίο domain. Αυτό διευκολύνει την επίλυση και περιορίζει αρκετά την πολυπλοκότητα των αναλύσεων διότι με τη βοήθεια εξισώσεων καθίσταται δυνατή η αλλαγή του ύψους του υγρού στη δεξαμενή (πλήρωση) χωρίς να είναι αναγκαίο να αλλάξει η γεωμετρία.

Ορίζονται τα δύο ρευστά Νερό και Αέρας με τις αντίστοιχες ιδιότητές τους στο πεδίο Fluid και Particle Definitions.

Επιλέγεται στο πεδίο Morphology η επιλογή Continuous Fluid και παρακάτω ορίζεται Reference Pressure ίσο με 1 atm.

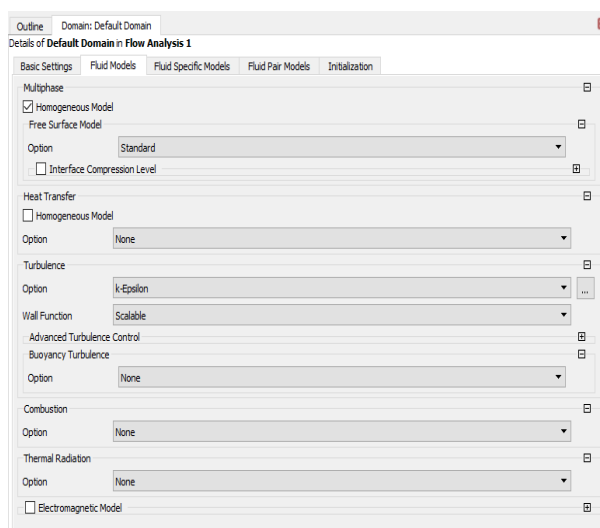
Τέλος, ορίζεται στο πεδίο Buoyancy Model η επιτάχυνση της βαρύτητας με κατεύθυνση  $-y$  και Buoyancy Reference Density ίση με  $1.2 \text{ kg/m}^3$ .



Σχήμα 3.14: Βασικές ρυθμίσεις Domain ρευστού.

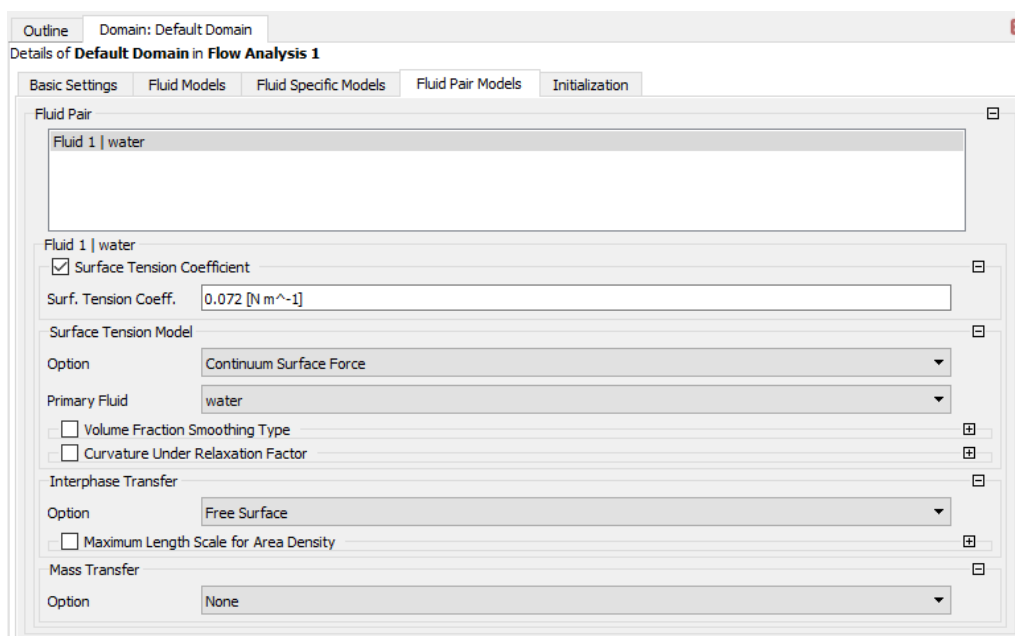
### 3.2.3 Μοντέλο Τύρβης

Για την επίλυση του φαινομένου Sloshing χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο τύρβης k-Epsilon με Scalable Wall Function. Το μοντέλο αυτό, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, χρησιμοποιείται κατά κόρον για την υπολογιστική ανάλυση φαινομένων όπως το Sloshing. Επίσης, δεδομένου ότι για να εμφανιστεί το επιθυμητό αυτό φαινόμενο, η δεξαμενή πρέπει να περιέχει αέρα και νερό, συνεπώς επιλέγεται στο Multiphase το Homogenous Model, όπου στο Free Surface Model επιλέχθηκε Standard.

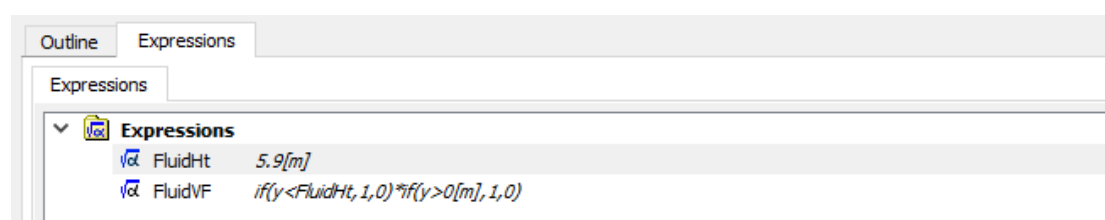


Σχήμα 3.15: Ρευστοδυναμικό μοντέλο.

Για να μπορέσει να επιτευχθεί αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο ρευστών που απαρτίζουν το Domain εισάγουμε το Surface Tension Coefficient, το οποίο σύμφωνα με τη βιβλιογραφία είναι  $0.072 \text{ [Nm}^{-1}\text{]}$ . Στη συνέχεια επιλέγουμε στο πεδίο Surface Tension Model την επιλογή Continuum Surface Force με Primary Fluid το νερό. Τέλος, στο Interphase Transfer επιλέχθηκε το Free Surface.



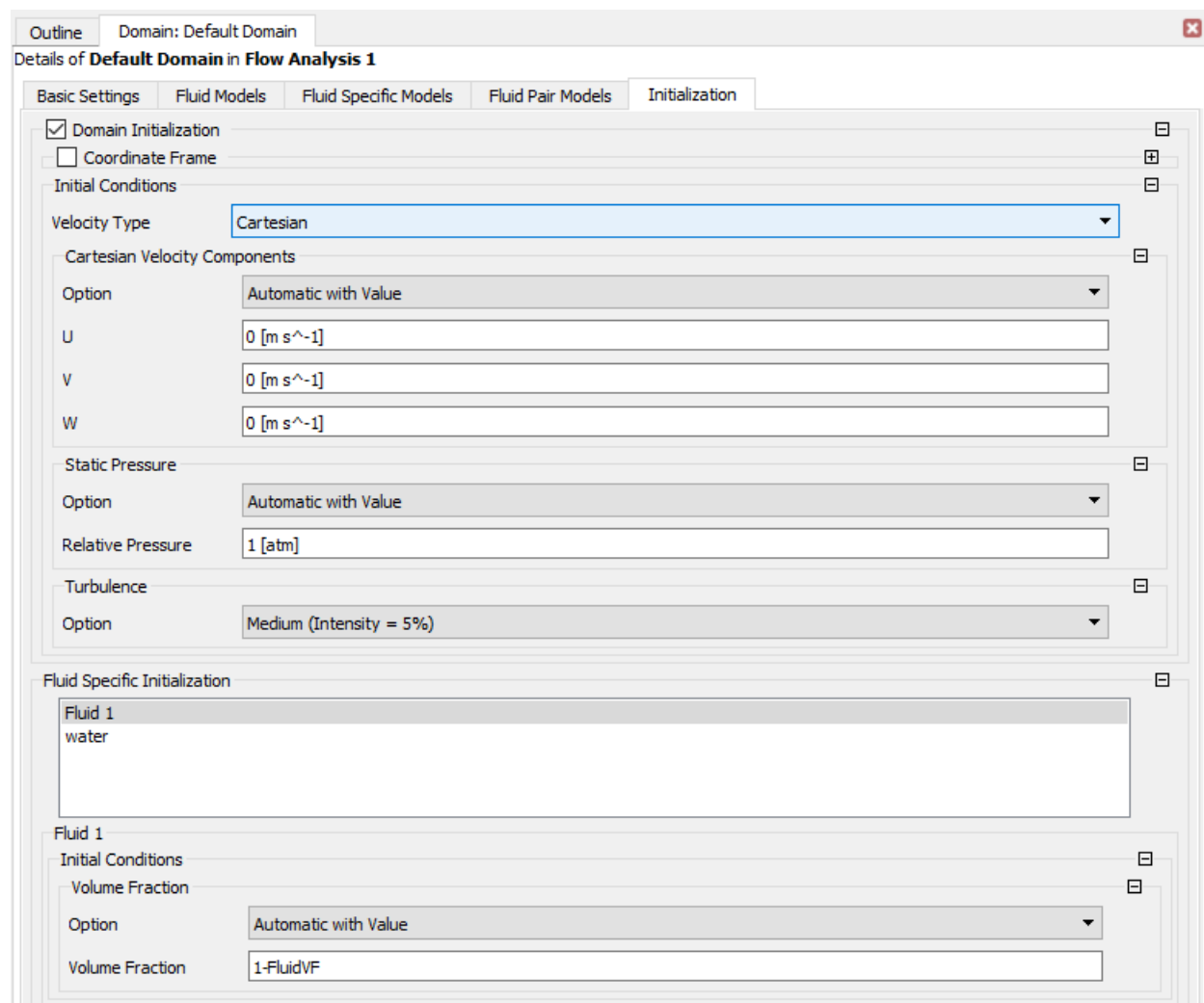
**Σχήμα 3.16:** Ρυθμίσεις επιφανειακής τάσης των δυο ρευστών.



**Σχήμα 3.17:** Καταχώρηση εξισώσεων για την έλεγχο ύψους ρευστού

Αφού καθορίστηκαν οι ρυθμίσεις που αφορούν το ρευστό και τις ιδιότητές του, ορίζουμε τις αρχικές συνθήκες της ανάλυσης στο πεδίο Initialization. Στη συγκεκριμένη εργασία οι διαταραχές του ρευστού προκύπτουν από την αλληλεπίδραση του με το στερεό σώμα, έτσι οι συνιστώσες της αρχικής ταχύτητας του ρευστού είναι μηδενικές.

Ορίζεται επίσης η στατική πίεση στο αντίστοιχο πεδίο με την τιμή  $1 \text{ atm}$ .  
 Για να οριστεί το ύψος της στάθμης του νερού σε σχέση με τον αέρα  
 χρησιμοποιούνται οι συναρτήσεις που έχουν αποθηκευτεί αρχικά και εκφράζουν  
 τον όγκο του νερού σε σχέση με τον όγκο του συνολικού domain. Στο πεδίο Volume  
 Fraction εισάγεται για αρχική συνθήκη η έκφραση  $1 - \text{FluidVF}$ .

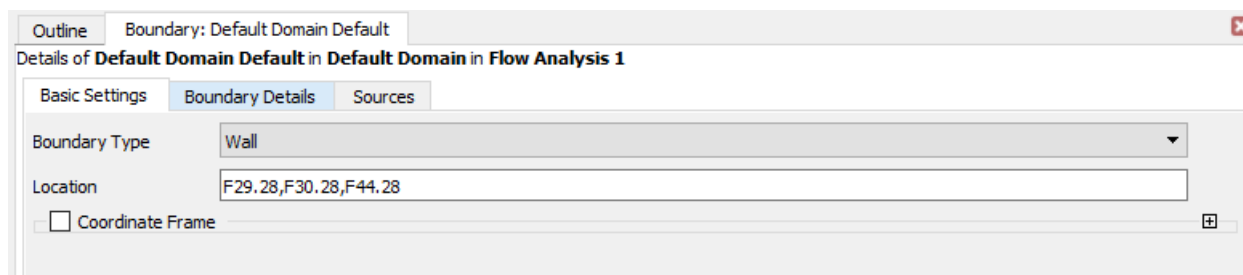


**Σχήμα 3.18:** Αρχικοποίηση ανάλυσης fluid domain.

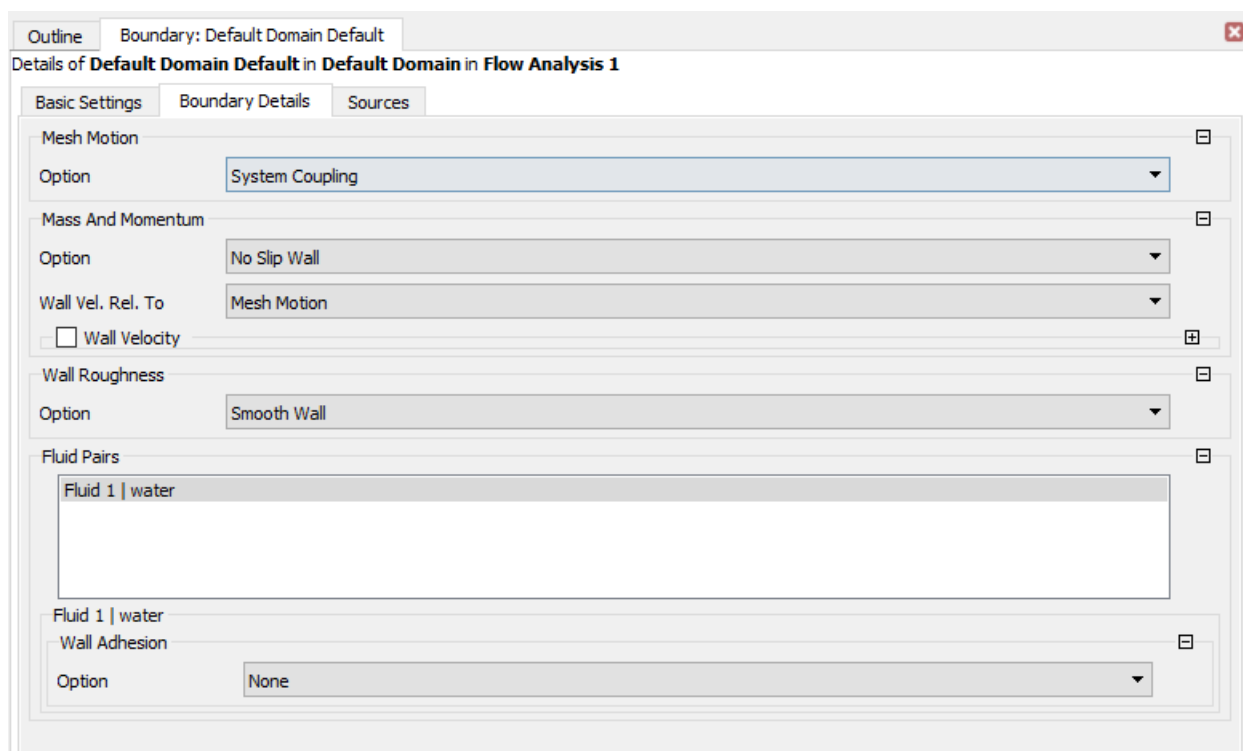
### 3.2.4 Συνοριακές συνθήκες

Στη συνέχεια ορίζονται οι συνοριακές συνθήκες του ρευστού. Πιο συγκεκριμένα, όλες οι περιμετρικές επιφάνειες του ρευστού ορίζονται ως Boundary Type: Wall.

Προχωρώντας στο πεδίο Boundary Details ορίζεται η κίνηση του Mesh με την επιλογή System Coupling.



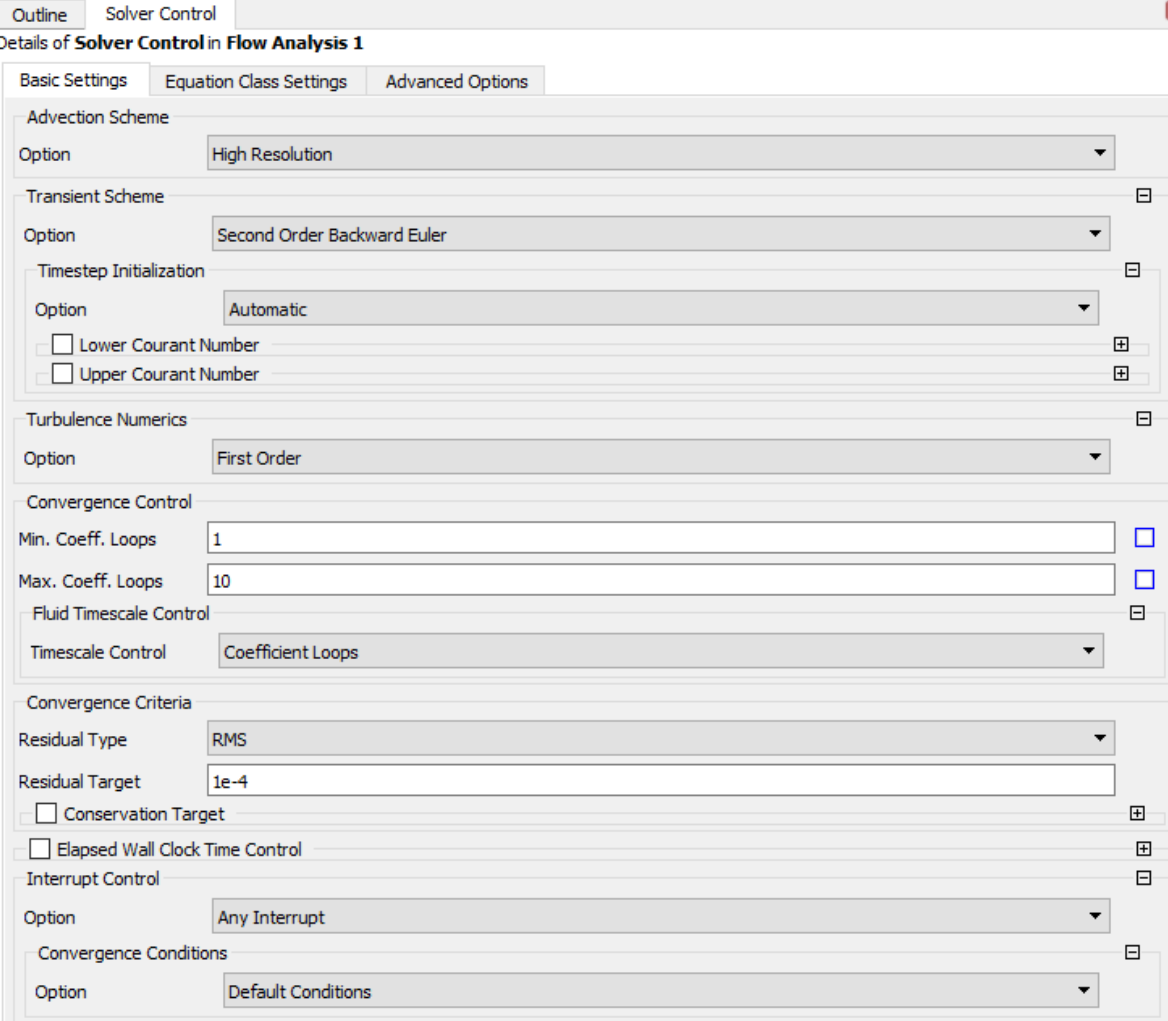
Σχήμα 3.19: Ρυθμίσεις Boundary Conditions.



Σχήμα 3.20: Ρυθμίσεις Mesh Motion.

## Solver Control

Για την τάξη των διαφορικών εξισώσεων που χρησιμοποιούνται στην επίλυση, επιλέχθηκαν εξισώσεις 1<sup>η</sup> τάξης για λόγους ταχύτητας σύγκλισης και διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύος. Για να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια αποτελεσμάτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σχήματα 2<sup>ης</sup> τάξης.



Outline Solver Control

Details of **Solver Control** in **Flow Analysis 1**

Basic Settings Equation Class Settings Advanced Options

Advection Scheme

Option High Resolution

Transient Scheme

Option Second Order Backward Euler

Timestep Initialization

Option Automatic

☐ Lower Courant Number

☐ Upper Courant Number

Turbulence Numerics

Option First Order

Convergence Control

Min. Coeff. Loops 1

Max. Coeff. Loops 10

Fluid Timescale Control

Timescale Control Coefficient Loops

Convergence Criteria

Residual Type RMS

Residual Target 1e-4

☐ Conservation Target

☐ Elapsed Wall Clock Time Control

Interrupt Control

Option Any Interrupt

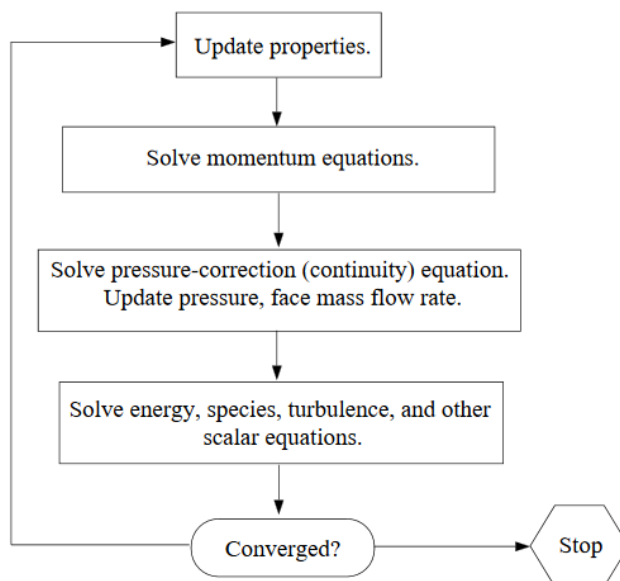
Convergence Conditions

Option Default Conditions

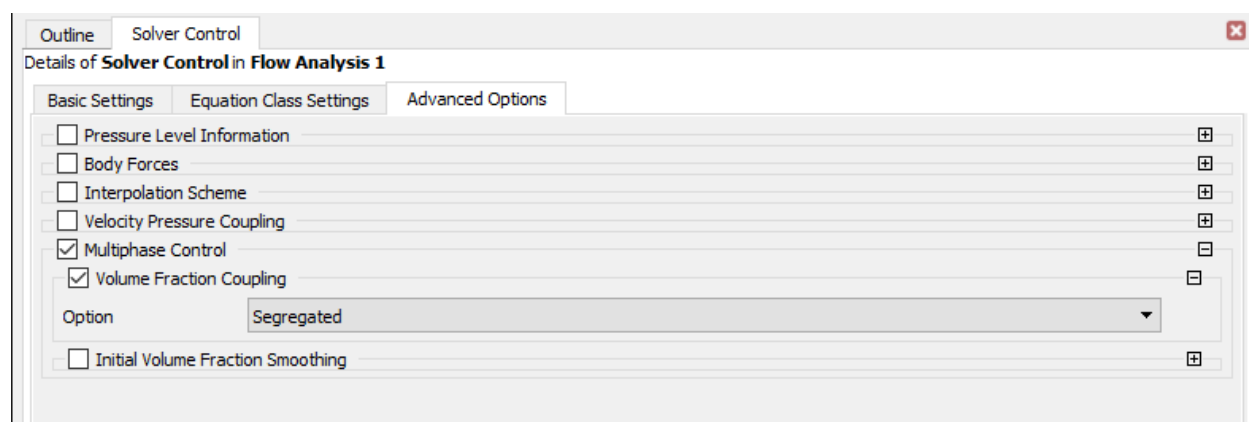
Σχήμα 3.21: Ρυθμίσεις Solver Control.



Στις προχωρημένες ρυθμίσεις επιλέχθηκε το Multiphase Control και στο Volume Fraction Coupling η επιλογή Segregated, δηλαδή η εξισώσεις για την ορμή, την συνέχεια και την πίεση επιλύονται σε ξεχωριστά βήματα.



Σχήμα 3.22: Διάγραμμα ροής Segregated λύσης.

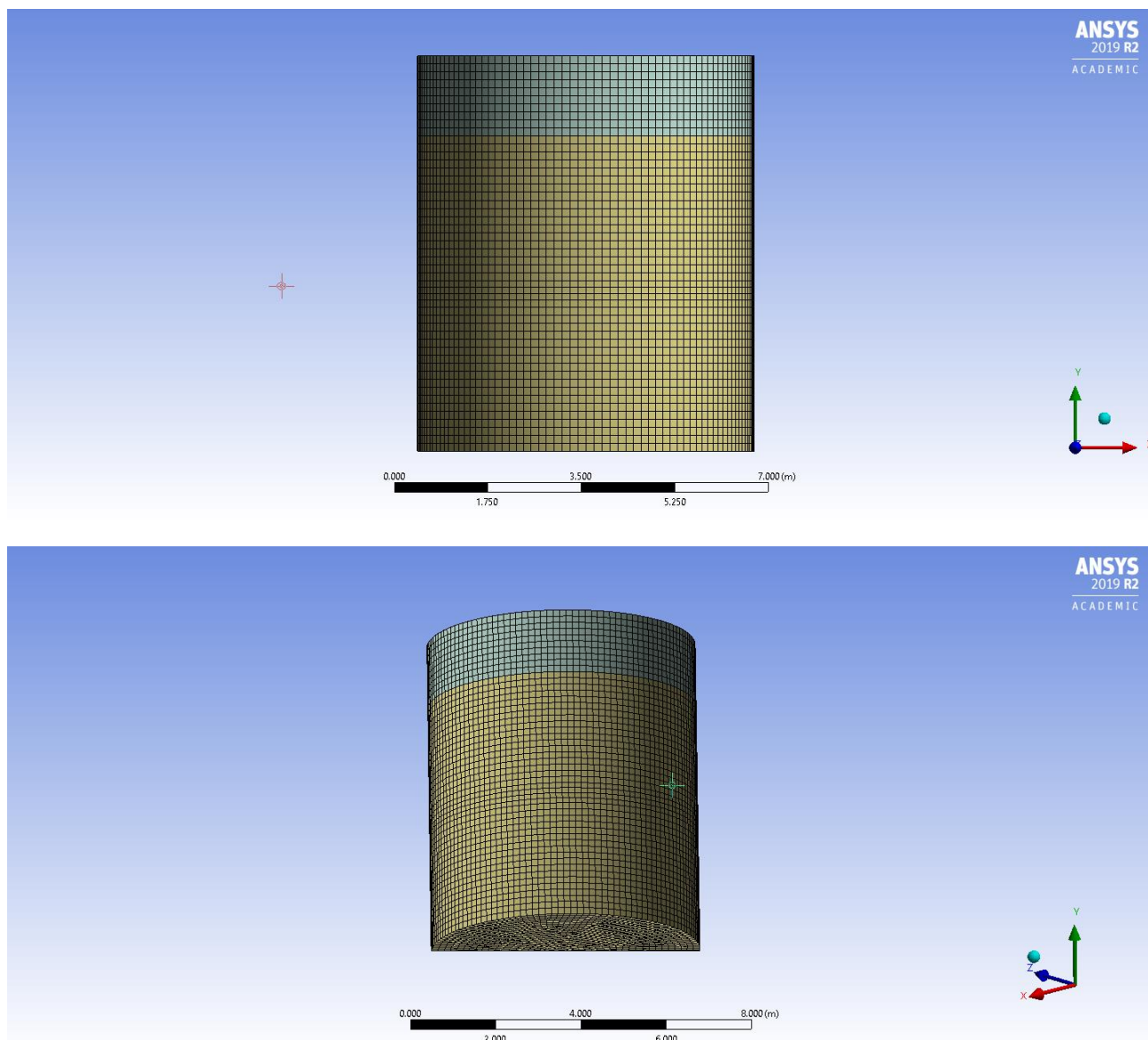


Σχήμα 3.23: Προχωρημένες ρυθμίσεις Solver Control.

### 3.3 Υπολογιστική μοντελοποίηση κατασκευής

#### 3.3.1 Διαμόρφωση πλέγματος κατασκευής

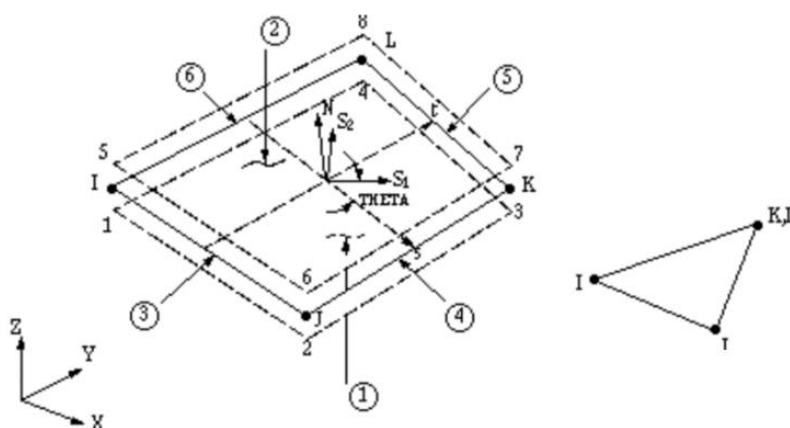
Για την ανάλυση του δομικού σώματος, χρησιμοποιήθηκε το module Transient Structural διότι έχουμε δυναμική καταπόνηση σε σχέση με το χρόνο. Κατόπιν της εισαγωγής της γεωμετρίας, πραγματοποιείται διακριτοποίηση με πλέγμα τύπου κελύφους (shell type), το οποίο αποτελείται από στοιχεία SHELL181 και από τα εκφυλισμένα τριγωνικά TRI3



Σχήμα 3.24 : Πλέγμα στερεού σώματος στο mesher του Workbench.

Το SHELL181 είναι κατάλληλο για ανάλυση δομών κελύφους λεπτής έως μέτριας πυκνότητας. Είναι ένα τετραγωνικό QUAD στοιχείο με έξι βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο: μετατοπίσεις στις κατευθύνσεις  $x$ ,  $y$  και  $z$  και περιστροφές γύρω από

τους άξονες  $x$ ,  $y$  και  $z$ . Το SHELL181 είναι κατάλληλο για εφαρμογές μεγάλων γραμμικών περιστροφών ή/και εφαρμογές μεγάλων, μη-γραμμικών παραμορφώσεων. Η μεταβολή του πάχους του κελύφους υπολογίζεται με μη γραμμικές αναλύσεις. Στο πεδίο των πεπερασμένων στοιχείων, υποστηρίζονται τα σχήματα πλήρους και μερικής ολοκλήρωσης. Το SHELL181 υπολογίζει και την επίδραση των κατανεμημένων πιέσεων. Τα εκφυλισμένα τριγωνικά στοιχεία TRI3 χρησιμοποιούνται ως στοιχεία “filler” για την παραγωγή του πλέγματος.



Σχήμα 3.25 : Στοιχεία πλέγματος SHELL181 και TRI3

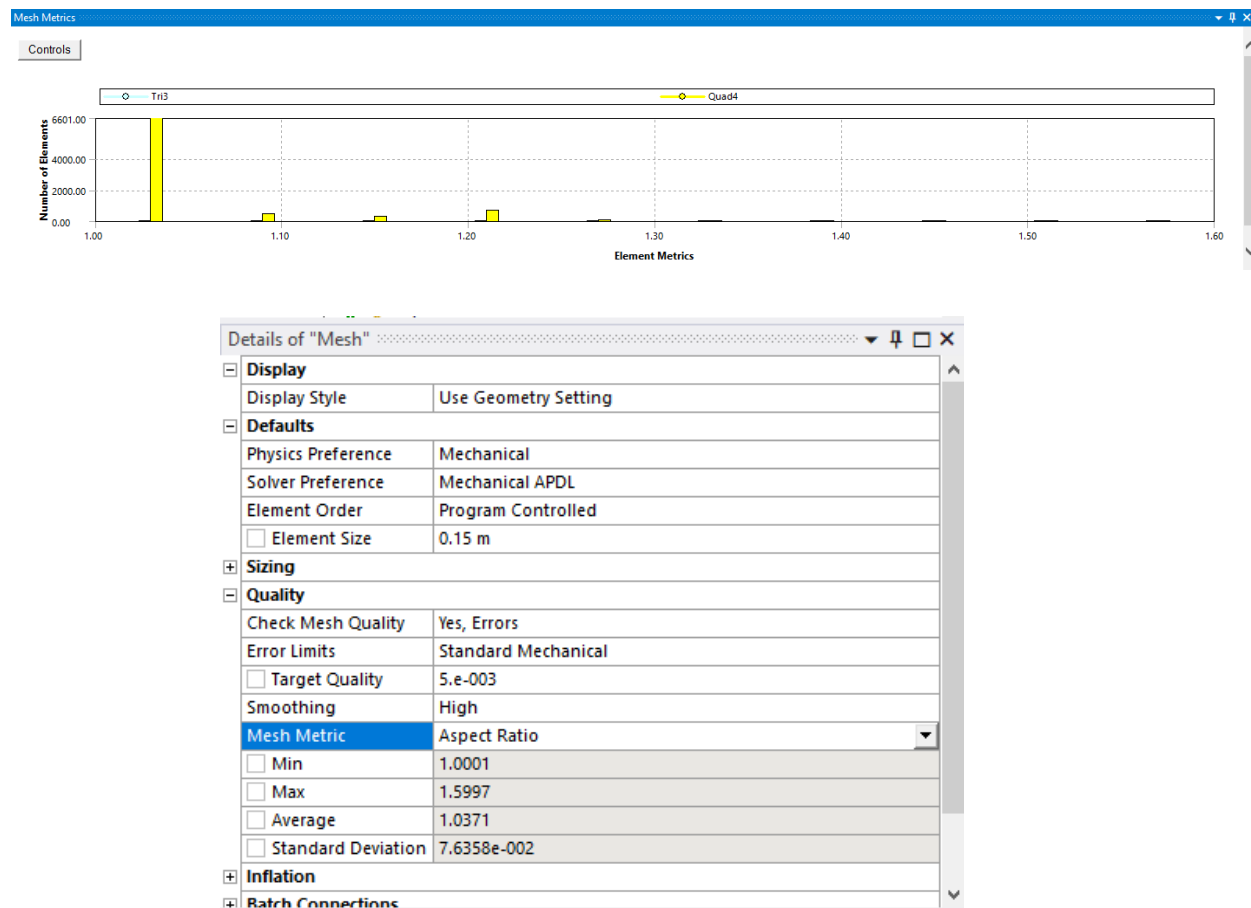
Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος MultiZone με τετράεδρα QUAD στοιχεία πλέγματος:

Details of "MultiZone Quad/Tri Method" - Method	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
Definition	
Suppressed	No
Method	MultiZone Quad/Tri
Surface Mesh Method	Program Controlled
Element Order	Linear
Free Face Mesh Type	All Quad
Advanced	
Preserve Boundaries	Protected
Mesh Based Defeaturing	Off
Sheet Loop Removal	No
Minimum Edge Length	18.85 m
Write ICEM CFD Files	No

Σχήμα 3.26 : Ρυθμίσεις για τη δημιουργία πλέγματος

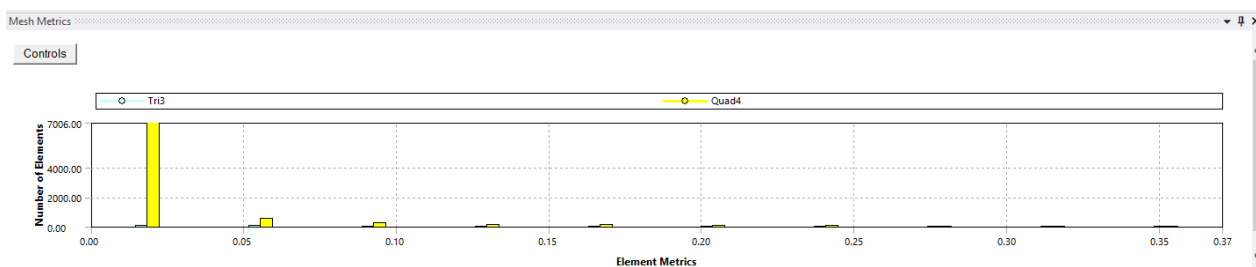
Σχετικά με την ποιότητα του πλέγματος που δημιουργήθηκε, έγινε έλεγχος των ποιοτικών χαρακτηριστικών Aspect Ratio, Skewness και Orthogonal Quality.

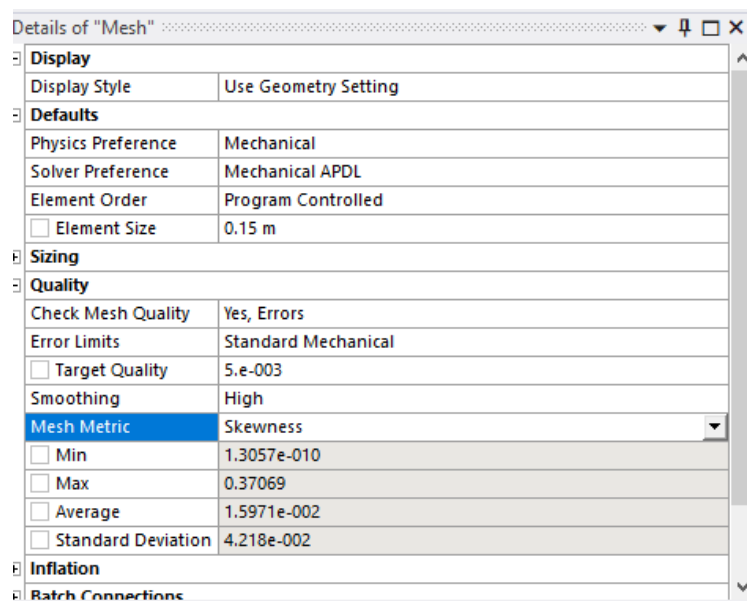
## ASPECT RATIO



Σχήμα 3.27 : Aspect ratio πλέγματος στερεού.

## SKEWNESS





**Σχήμα 3.28 :** Skewness πλέγματος στερεού.

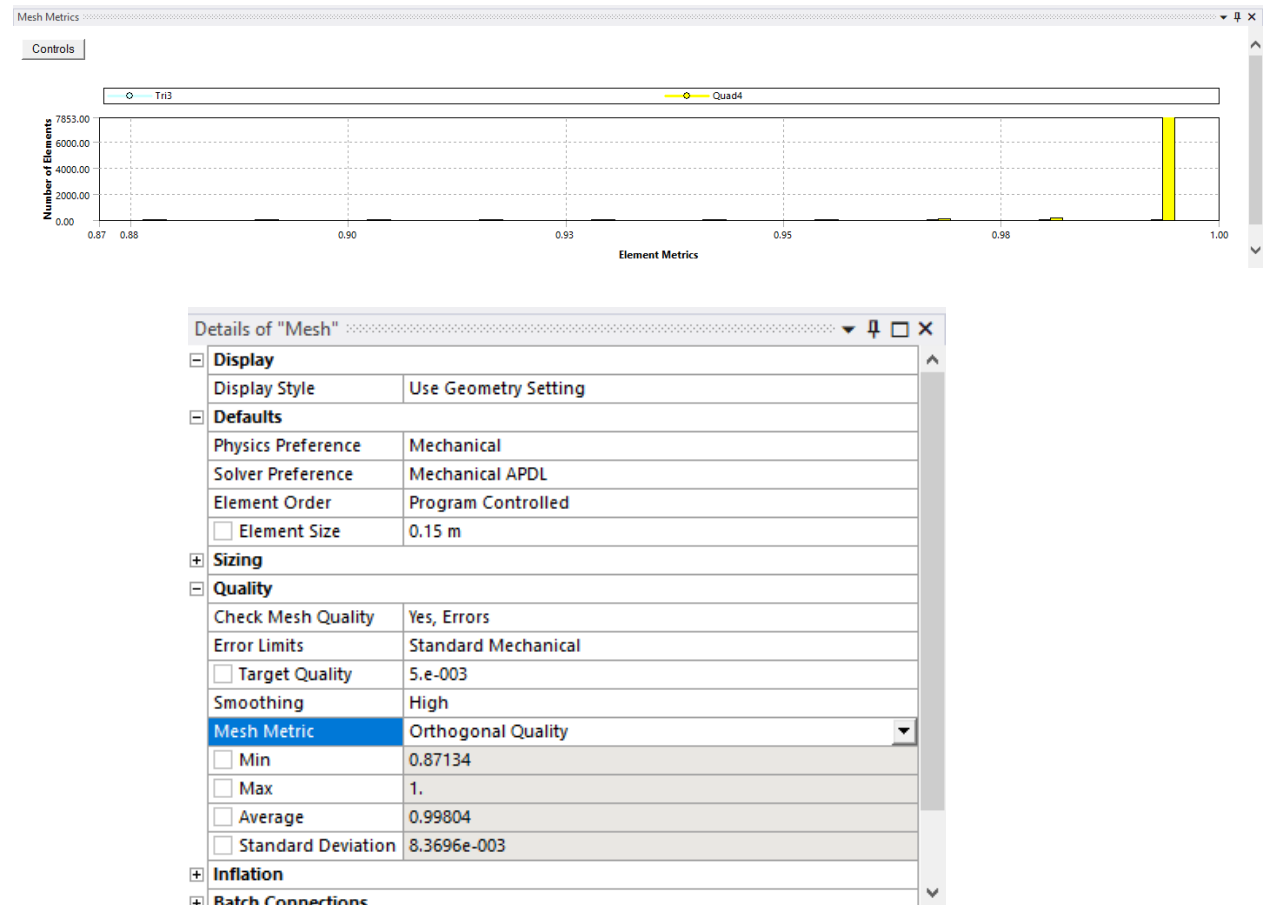
Excellent	Very good	Good	Acceptable	Bad	Unacceptable
0-0.25	0.25-0.50	0.50-0.80	0.80-0.94	0.95-0.97	0.98-1.00

**Σχήμα 3.29 :** Διάγραμμα ποιότητας πλέγματος συναρτήσει skewness.

## ORTHOGONAL QUALITY

Unacceptable	Bad	Acceptable	Good	Very good	Excellent
0-0.001	0.001-0.14	0.15-0.20	0.20-0.69	0.70-0.95	0.95-1.00

**Σχήμα 3.30 :** Διάγραμμα ποιότητας πλέγματος συναρτήσει orthogonal quality.

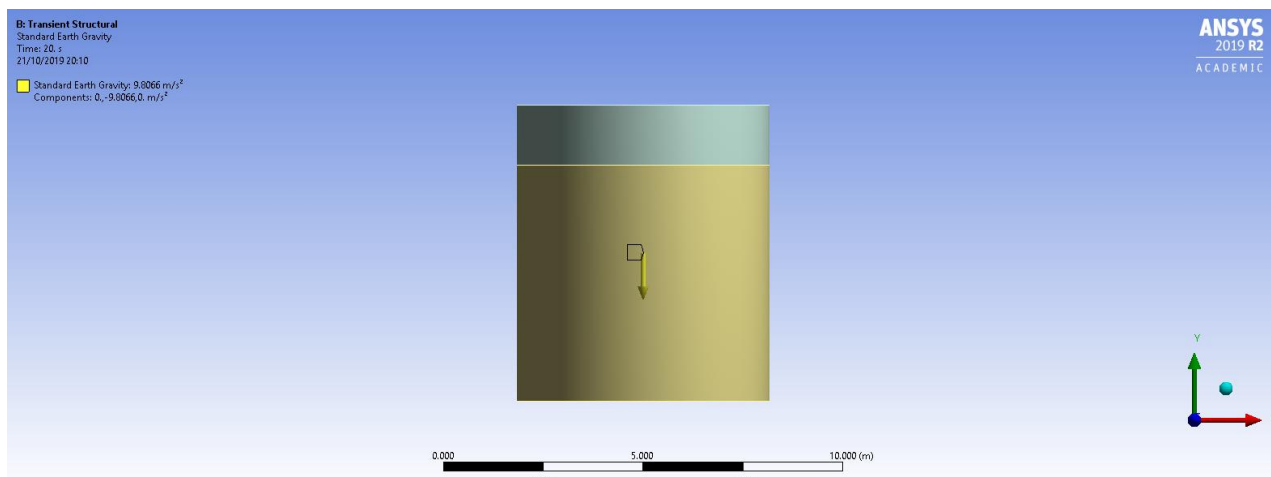


Σχήμα 3.31: Orthogonal Quality πλέγματος στερεού.

### 3.3.2 Δυνάμεις και μετατοπίσεις

#### GRAVITY

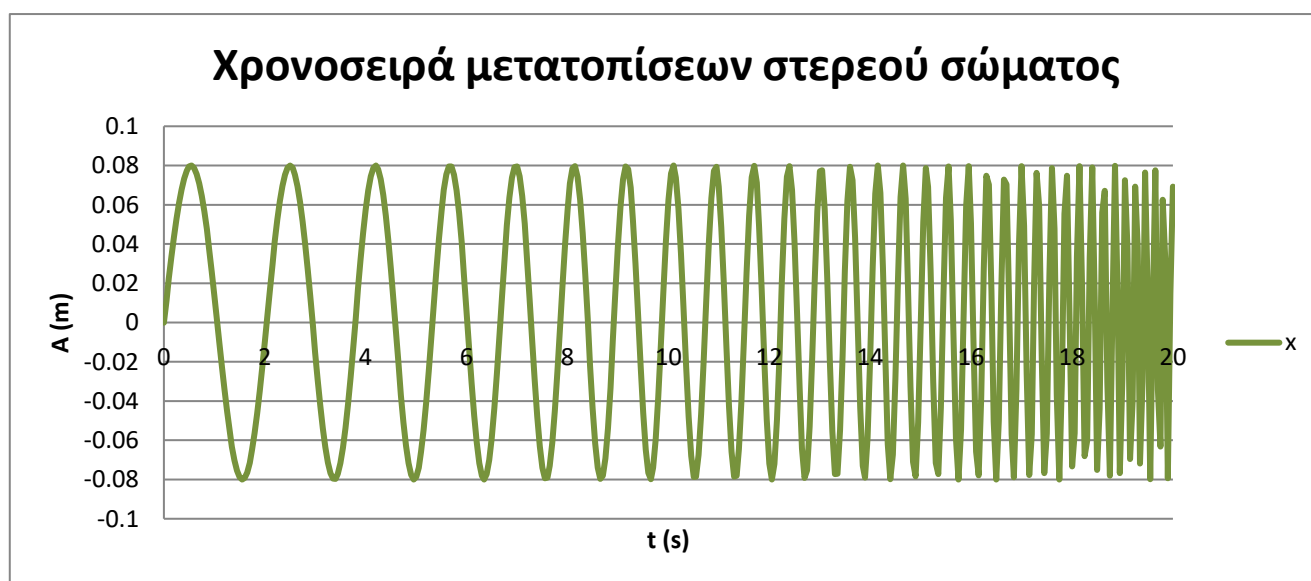
Εφαρμόστηκε στο κέντρο μάζας του στερεού η επιτάχυνση της βαρύτητας  $9,81 \text{ m/s}^2$  καθ' όλη τη διάρκεια της φόρτισης.



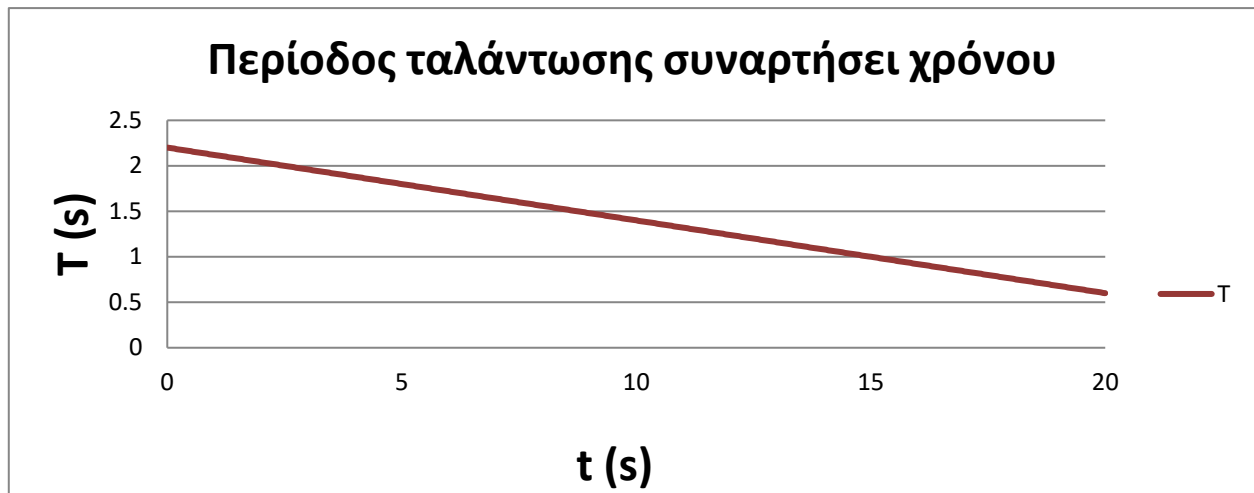
Σχήμα 3.32 : Εφαρμογή της επιτάχυνσης της βαρύτητας στο στερεό.

#### DISPLACEMENTS

Για την εμφάνιση του φαινομένου Sloshing στη δεξαμενή δημιουργήθηκε μια χρονοσειρά μετατοπίσεων βάσει ημιτονοειδούς συνάρτησης  $x = A \sin(\omega t)$ . Το πλάτος που χρησιμοποιήθηκε είναι  $0.08 \text{ m}$  και με φθίνουσα περίοδο ταλάντωσης από  $T = 2.2 \text{ s}$  σε χρόνο  $0 \text{ s}$  και  $T = 0.6 \text{ s}$  σε χρόνο  $t = 20 \text{ s}$ .



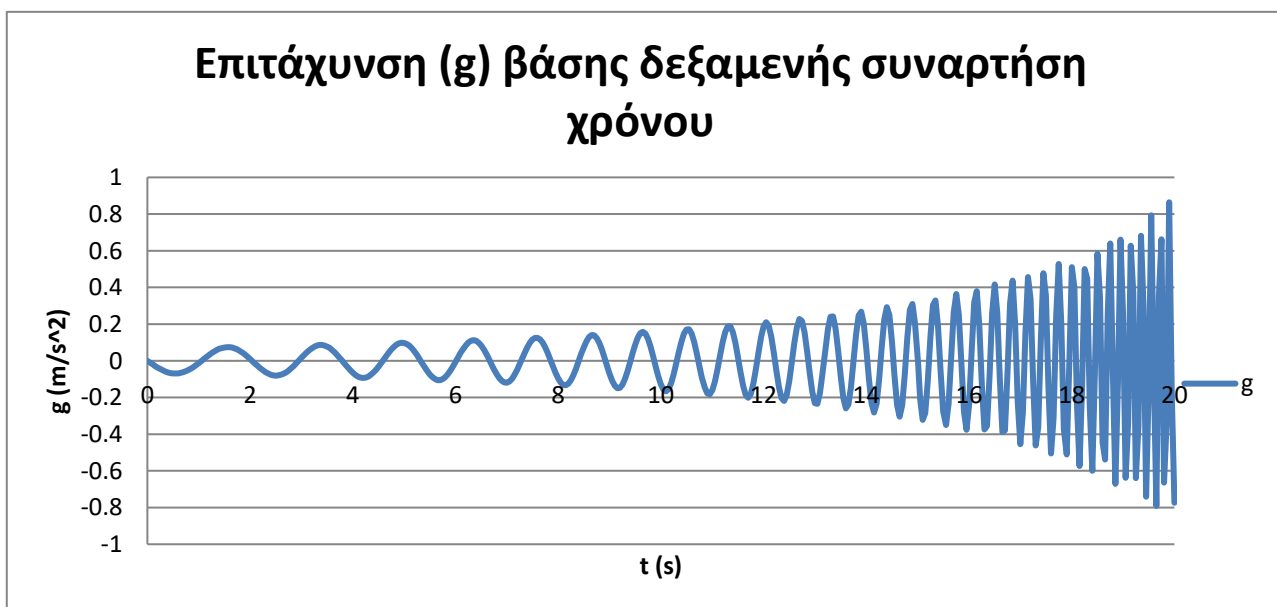
Σχήμα 3.33 : Χρονοσειρά μετατοπίσεων στερεού σώματος.



**Σχήμα 3.34 :** Φθίνουσα περίοδος ταλάντωσης συναρτήσει χρόνου.

Έπειτα από διπλή παραγωγή της μετατόπισης προκύπτει η επιτάχυνση που δέχεται η βάση της δεξαμενής:

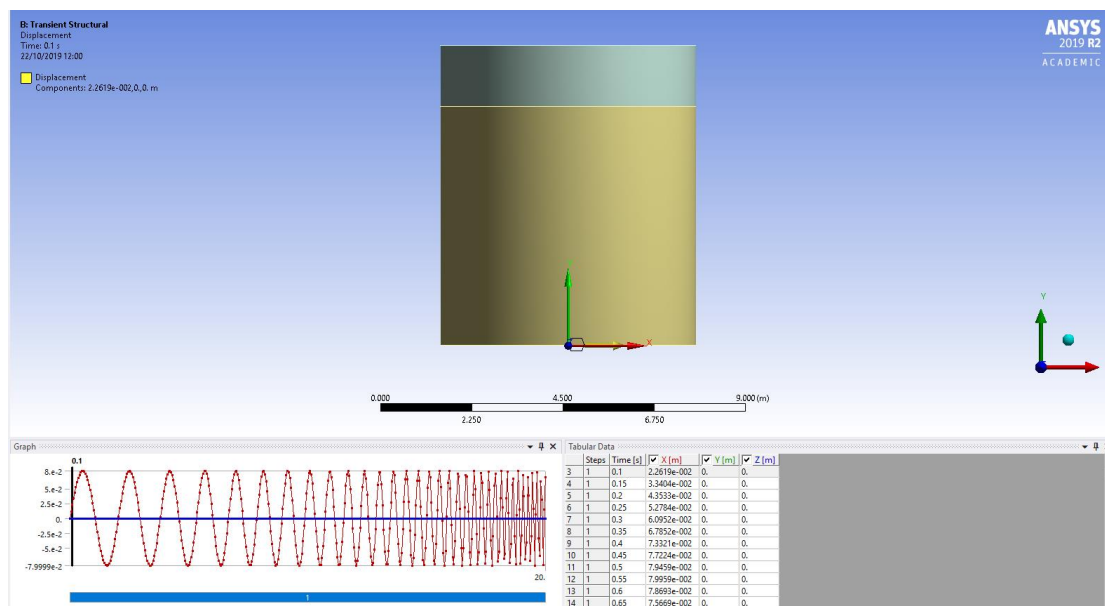
$$\alpha = \frac{\frac{-4\pi^2}{T^2} \sin(2\pi \frac{t}{T})}{g} \quad (m/s^2) \quad [2.1]$$



**Σχήμα 3.35 :** Επιτάχυνση βάσης δεξαμενής συναρτήσει χρόνου.

Για την προσομοίωση σεισμικής δόνησης στο στερεό σώμα, εφαρμόστηκαν οι μετατοπίσεις στο κάτω μέρος της κατασκευής όπως φαίνεται παρακάτω στο περιβάλλον του ANSYS Mechanical.

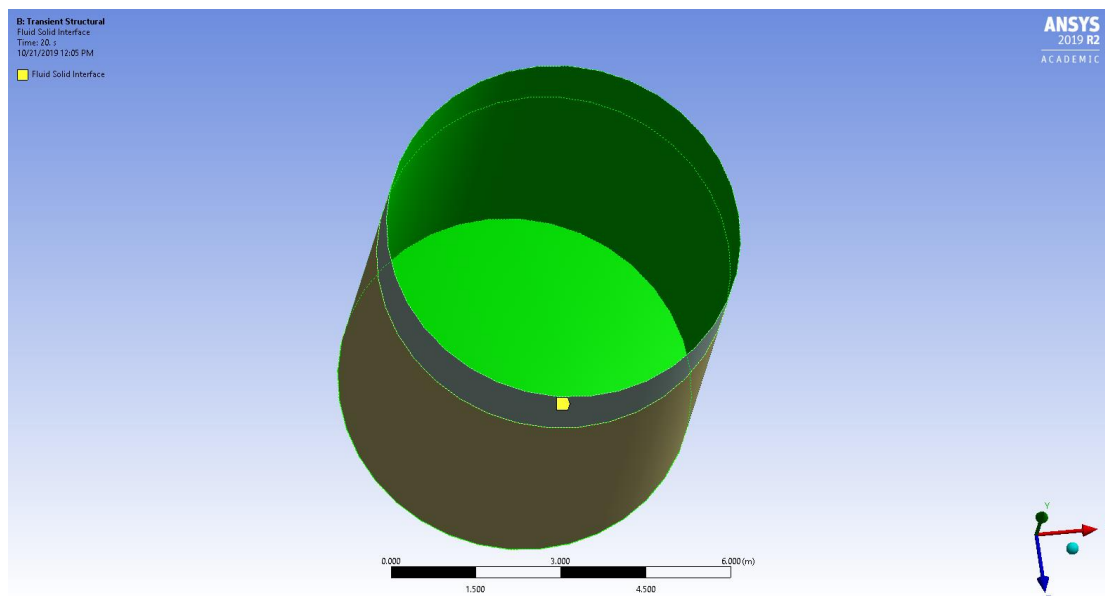




Σχήμα 3.36 : Εφαρμογή των μετατοπίσεων στο πυθμένα της δεξαμενής.

### Διεπιφάνεια μεταξύ ρευστού και κατασκευής

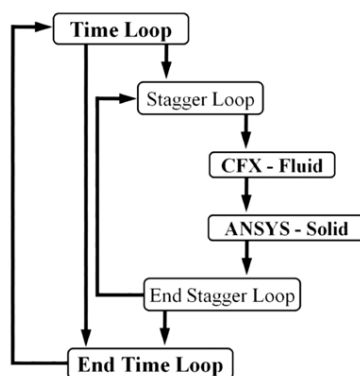
Στη συνέχεια απαιτείται να οριστούν οι επιφάνειες που έρχονται σε επαφή με το ρευστό, προκειμένου να οριστούν τα δεδομένα που θα μεταφέρονται κατά τη διάρκεια της συζευγμένης ανάλυσης αλληλεπίδρασης ρευστού -στερεού.



Σχήμα 3.37 : Ορισμός επιφανειών αλληλεπίδρασης ρευστού στερεού.

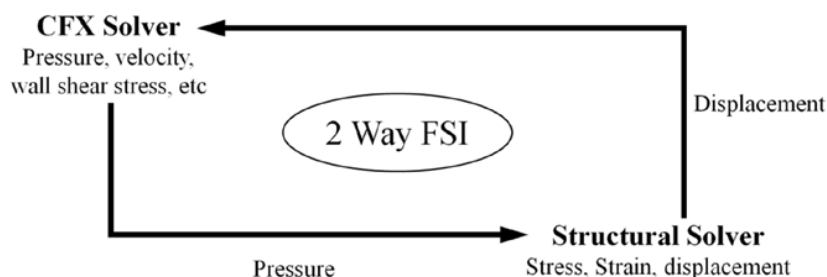
### 3.4 Περιγραφή επίλυσης FSI του πακέτου ANSYS

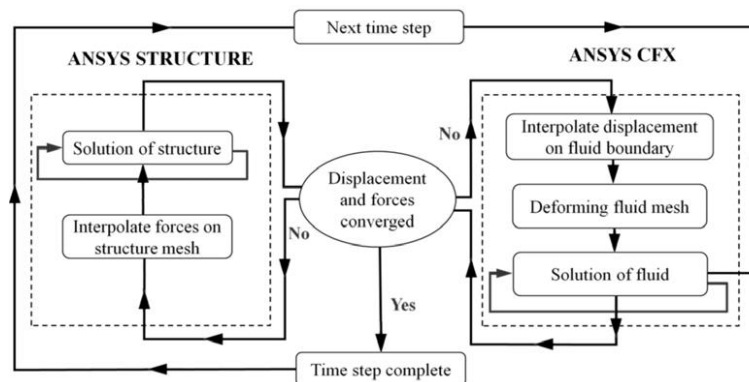
Η πολλαπλή ζεύξη κώδικα είναι διαθέσιμη για προσομοιώσεις FSI χρησιμοποιώντας δύο επιλυτές: το ANSYS Structural για τη δεξαμενή και το ANSYS CFX για το ρευστό. Αυτοί οι δύο επιλυτές συνδυάζονται μέσω της μεθόδου σύζευξης επαναλήψεων (*coupling iterations method*), όπως φαίνεται και στην εικόνα (2.13).



Σχήμα 3.38 : 2-way FSI solver.

Κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης, ο επιλυτής κάθε πεδίου συλλέγει φορτία από την διεπιφάνεια ρευστού-στερεού και προχωρά στο να επιλύσει το δικό του φυσικό πεδίο ξεχωριστά. Οι επαναλήψεις συνεχίζονται μέχρι οι λύσεις και τα φορτία όλων των πεδίων να συγκλίνουν. Όπως αναφέραμε και σε παραπάνω παράγραφο, υπάρχουν δυο είδη στρατηγικών σύζευξης στο πακέτο ANSYS: η μονόδρομη ζεύξη (*one-way* ή *loose-coupling*) και η αμφίδρομη ζεύξη (*two-way* ή *strong coupling*). Στην παρούσα εργασία, όπως προαναφέρθηκε υιοθετήθηκε η αμφίδρομη σύζευξη καθώς επιτρέπει μεγαλύτερη ακρίβεια στην επίλυση του πεδίου του ρευστού η οποία είναι αναγκαία για τις μετατοπίσεις από την παραμόρφωση του στερεού που απαιτούνται για να ανατροφοδοτήσουν το πεδίο του ρευστού με τα κινούμενα όρια. Οι μετατοπίσεις στην διεπιφάνεια του ρευστού με το στερεό είναι τα κινούμενα όρια για το πεδίο του ρευστού και πιο συγκεκριμένα του νερού στην παρούσα εργασία. Η προκύπτουσα πίεση αλλά και οι δυνάμεις διάτμησης επανεισάγονται στο πεδίο του στερεού ως νέες συνοριακές συνθήκες.

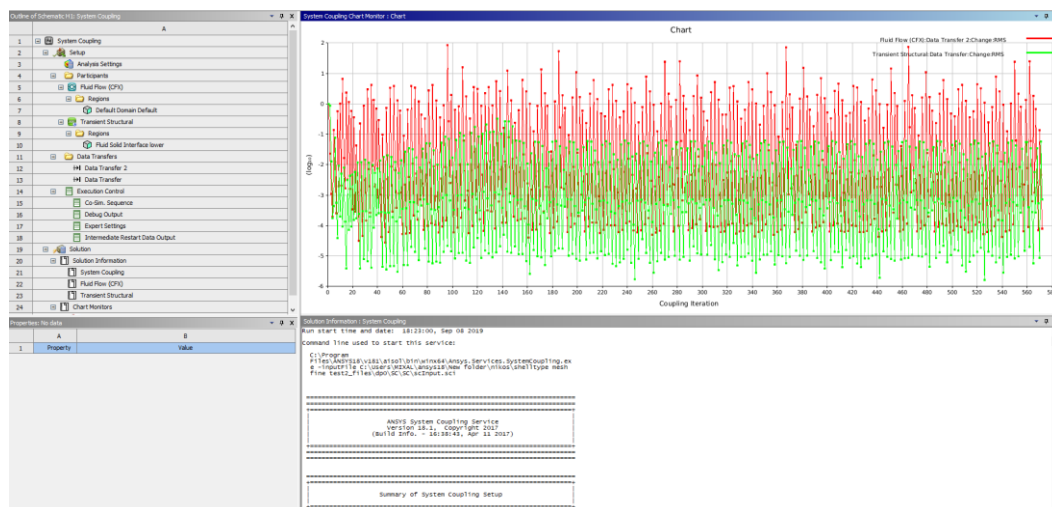




Σχήμα 3.39 : Ανάλυση αμφίδρομης μεθόδου αλληλεπίδρασης ρευστού-στερεού (FSI).

Κατά τη διάρκεια μιας προσομοίωσης *FSI* στο *ANSYS*, ο επιλυτής *CFX* λειτουργεί ως ο κύριος επιλυτής ενώ ο επιλυτής *Structural* ως ο δευτερεύων. Η λειτουργία του κύριου επιλυτή περιλαμβάνει ρύθμιση της σύζευξης μεταξύ των επιλυτών, “διαβάζει” τις εντολές ζεύξης, συλλέγει το πλέγμα της διεπιφάνειας από τον δευτερεύοντα επιλυτή και καθορίζει τους κόμβους των δυο διαφορετικών πλεγμάτων του κάθε επιλυτή αντίστοιχα. Ο επιλυτής *CFX* θα λαμβάνει τα δεδομένα της ζεύξης και στέλνει τα αποτελέσματα για την διεπαφή στον δευτερεύων επιλυτή για το πεδίο του στερεού. Η λύση αποτελείται από δυο κύριους βρόγχους για την χρονοεξαρτώμενη προσομοίωση: (α) τον εξωτερικό χρονικό βρόγχο (*time step iteration*) και (β) τον βρόγχο ζεύξης *multi-field*. Μέσα σε κάθε χρονικό βήμα λαμβάνει χώρα και ένας κλιμακωτός βρόγχος (*staggered loop*), που επιτρέπει τη ζεύξη των πεδίων. Σε μια κλιμακωτή επανάληψη (*staggered iteration*), οι δυο επιλυτές λειτουργούν διαδοχικά. Η ακριβής διαδικασία επίλυσης περιγράφεται στην Εικ. 2.14.

Παρακάτω εμφανίζεται το περιβάλλον του module System Coupling έπειτα απο ανάλυση αλληλεπίδρασης ρευστού - στερεού.



Σχήμα 3.40 : Περιβάλλον System Coupling.

Βασική προϋπόθεση για την ανάλυση με σύζευξη αποτελεί η σωστή εξαγωγή των δεδομένων που θα μεταφέρονται αμφίδρομα από την ανάλυση του στερεού ως αρχικές συνθήκες της ανάλυσης του ρεστού και αντίστροφα. Υπάρχουν δύο πακέτα δεδομένων που ανταλλάσσονται μεταξύ των προγραμμάτων, αυτά είναι τα: Data Transfer 1 και Data Transfer 2. Το Data Transfer 1 αφορά τη μεταφορά των αποτελεσμάτων της ανάλυσης του CFX στο Transient Structural με τη μορφή δυνάμεων. Το Data Transfer 2 αφορά τη μεταφορά των αποτελεσμάτων της ανάλυσης του Transient Structural στο CFX με τη μορφή μετατοπίσεων.

Properties of DataTransfer : Data Transfer		
	A	B
1	Property	Value
2	Source	
3	Participant	Fluid Flow (CFX)
4	Region	Default Domain Default
5	Variable	Force
6	Target	
7	Participant	Transient Structural
8	Region	Fluid Solid Interface lower
9	Variable	Force
10	Data Transfer Control	
11	Transfer At	Start Of Iteration
12	Under Relaxation Factor	1
13	RMS Convergence Target	0.01
14	Ramping	None

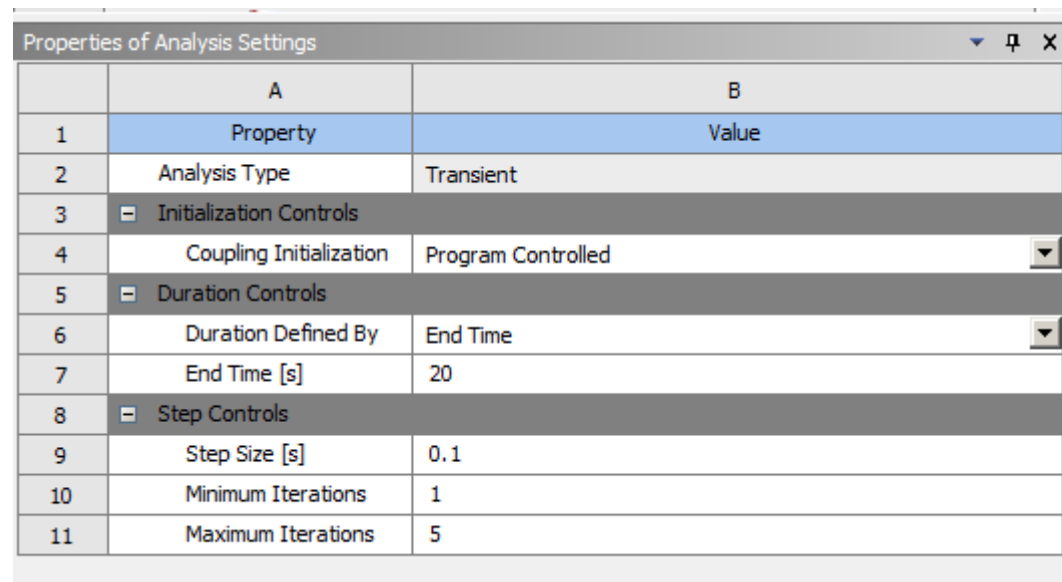
Σχήμα 3.41 : Δεδομένα Data Transfer 1.

Properties of DataTransfer : Data Transfer 2		
	A	B
1	Property	Value
2	Source	
3	Participant	Transient Structural
4	Region	Fluid Solid Interface lower
5	Variable	Incremental Displacement
6	Target	
7	Participant	Fluid Flow (CFX)
8	Region	Default Domain Default
9	Variable	Mesh Displacement
10	Data Transfer Control	
11	Transfer At	Start Of Iteration
12	Under Relaxation Factor	1
13	RMS Convergence Target	0.01
14	Ramping	None

Σχήμα 3.42 : Δεδομένα Data Transfer 2.

Κατόπιν της ολοκλήρωσης των ρυθμίσεων Data Transfer, ορίζεται ο χρόνος της ανάλυσης (20s), το μέγεθος του βήματος step size (0.1s) και οι επαναλήψεις κάθε βήματος σύζευξης (5).

Στη συνέχεια γίνεται εκκίνηση της ανάλυσης και αναμένονται τα αποτελέσματα της μετά το πέρας των επαναλήψεων.



	A	B
1	Property	Value
2	Analysis Type	Transient
3	[-] Initialization Controls	
4	Coupling Initialization	Program Controlled
5	[-] Duration Controls	
6	Duration Defined By	End Time
7	End Time [s]	20
8	[-] Step Controls	
9	Step Size [s]	0.1
10	Minimum Iterations	1
11	Maximum Iterations	5

**Σχήμα 3.43 :** Ρυθμίσεις ανάλυσης System Coupling

## 4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

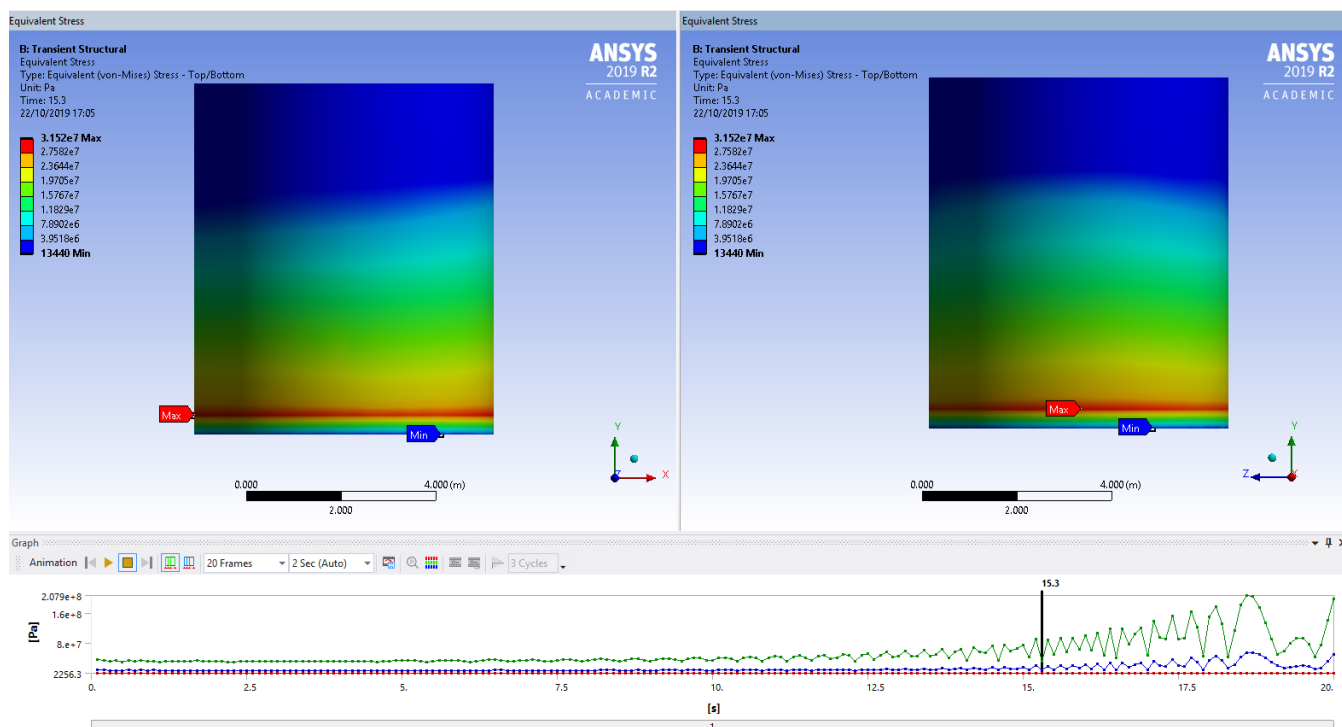
### Προβλήματα που παρουσιάζει η μοντελοποίηση FSI.

Όλα τα μοντέλα FSI περιλαμβάνουν προκλήσεις που μπορούν να οδηγήσουν σε μια ανακριβή λύση και υπολογιστική απόκλιση. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας επανειλημμένα την έξοδο ενός υπολογιστικού μοντέλου ως είσοδο σε ένα άλλο υπολογιστικό μοντέλο μπορεί να οδηγήσει σε συσσωρευμένα σφάλματα από την επανειλημμένη χρήση των ίδιων ελαφρώς εσφαλμένων τιμών. Κατά συνέπεια, όσο περισσότερο χρησιμοποιούνται τα δεδομένα αυτά, τόσο πιο μεγάλο θα είναι το συσσωρευμένο σφάλμα. Επίσης, τα μοντέλα FSI αντιμετωπίζουν ζητήματα σύγκλισης που προκαλούνται από την επίδραση της μάζας, την σύγκλιση των residuals μεταξύ των δύο domain, την πιθανή αύξηση των δεδομένων μεταξύ κάθε διεπιφάνειας, τις μεθόδους βάσει των οποίων τα δεδομένα μεταφέρονται μεταξύ της διεπιφάνειας, τη συχνότητα με την οποία διαβιβάζονται δεδομένα και την μεγέθυνση τυχόν αστάθειας στη διεπιφάνεια. Επιπλέον, το μοντέλο FSI αντιμετωπίζει τις αστάθειες και τις δυσκολίες σύγκλισης που αντιμετωπίζουν τα μεμονωμένα CFD και Μοντέλα FEA.

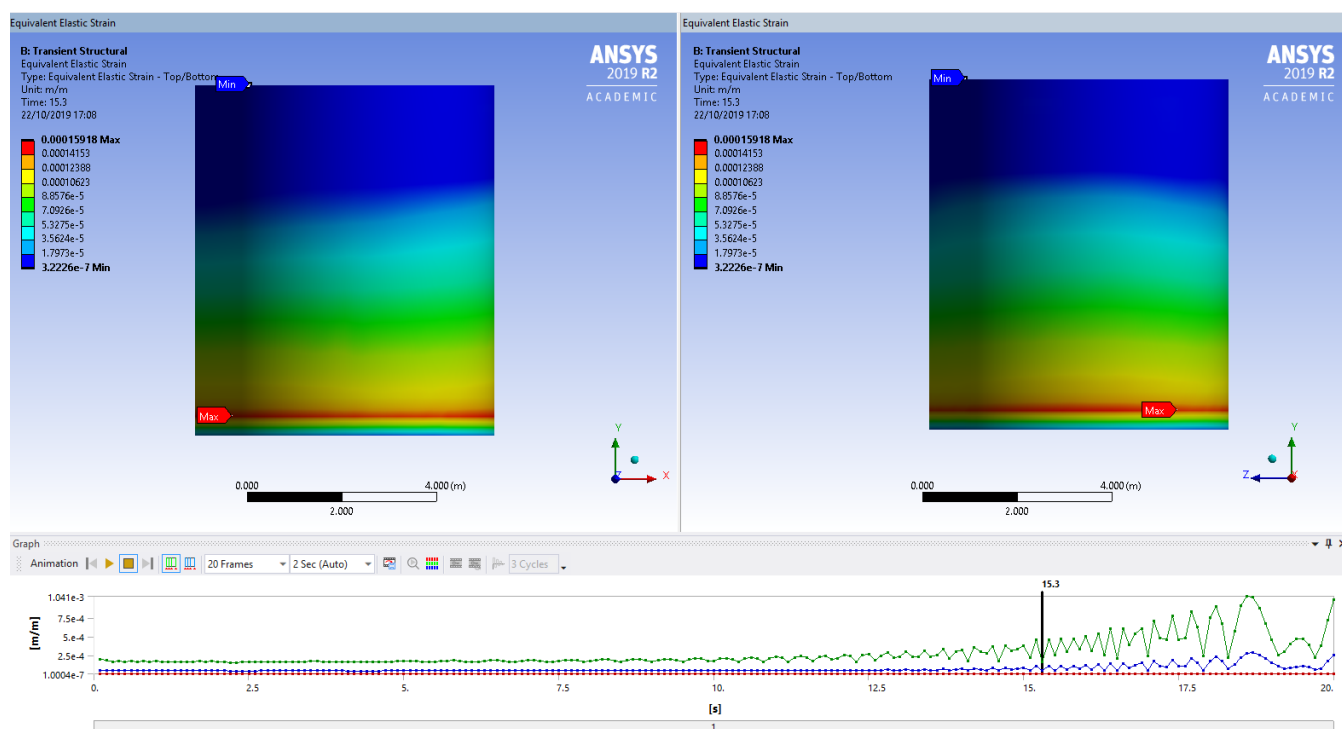
### 4.1 Οπτικοποίηση Τάσεων και Παραμορφώσεων

Από την επίλυση της προσομοίωσης του υπολογιστικού μοντέλου αλληλεπίδρασης ρευστού κατασκευής εξήχθησαν αποτελέσματα για Τάσεις Von Mises και strains για τα χρονικά σημεία 15.3s, 15.4s, 15.5s και 15.6s, όπου παρατηρήθηκαν τα παρακάτω.

$t=15.3s$

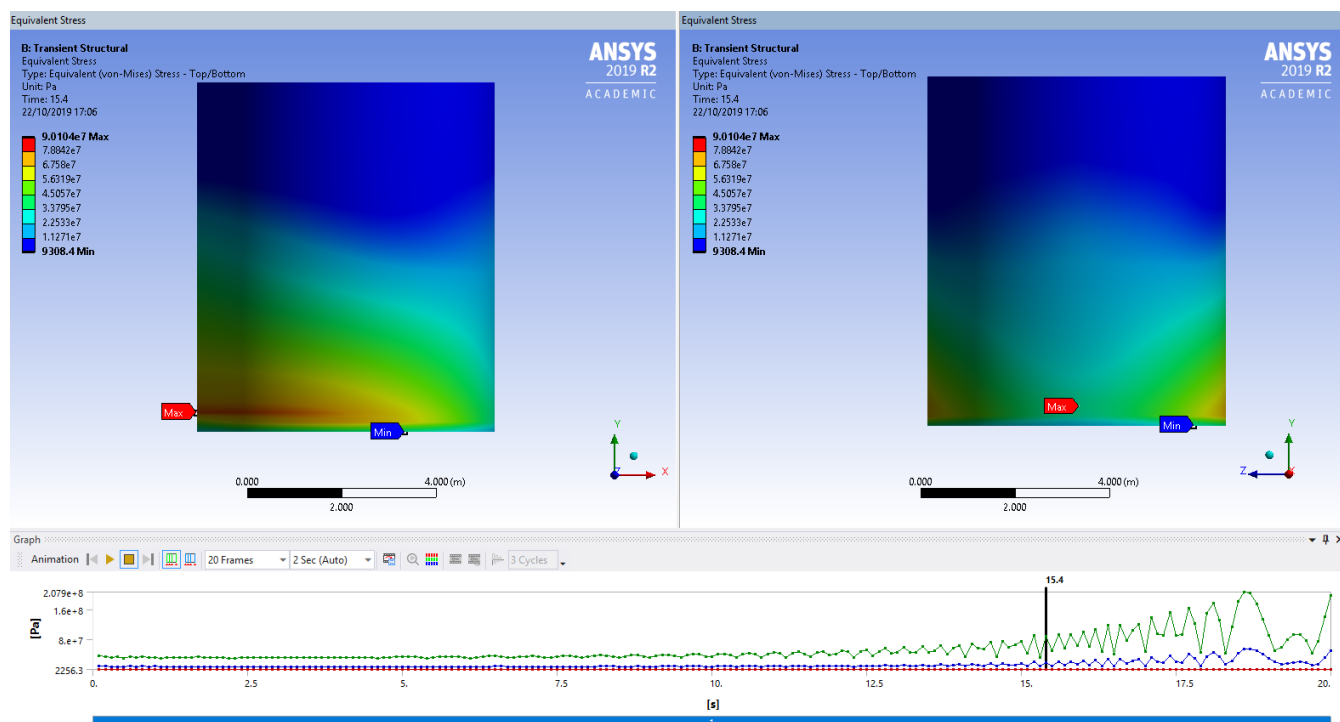


Σχήμα 4.1 : Τάσεις Von Mises XY και YZ για  $t=15.3s$

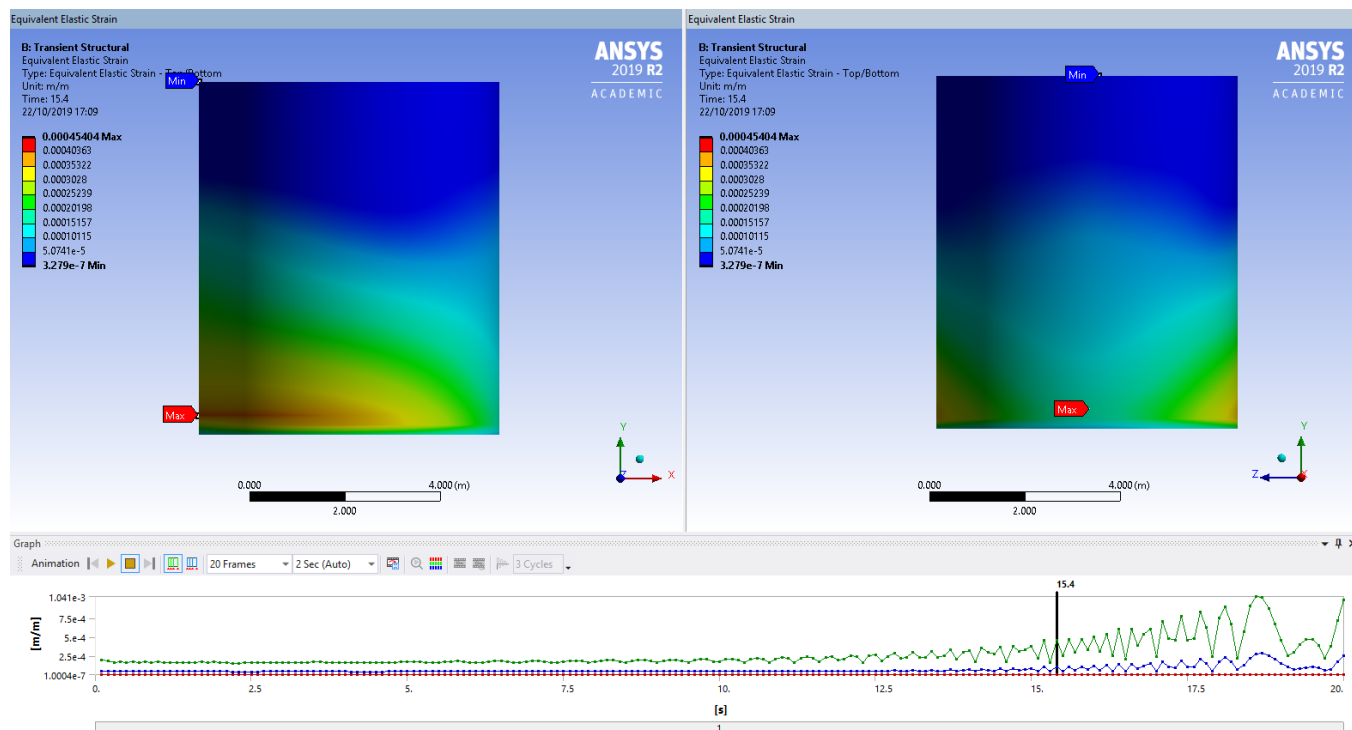


Σχήμα 4.2 : Elastic Strain XY και YZ για  $t=15.3s$

$t=15.4s$



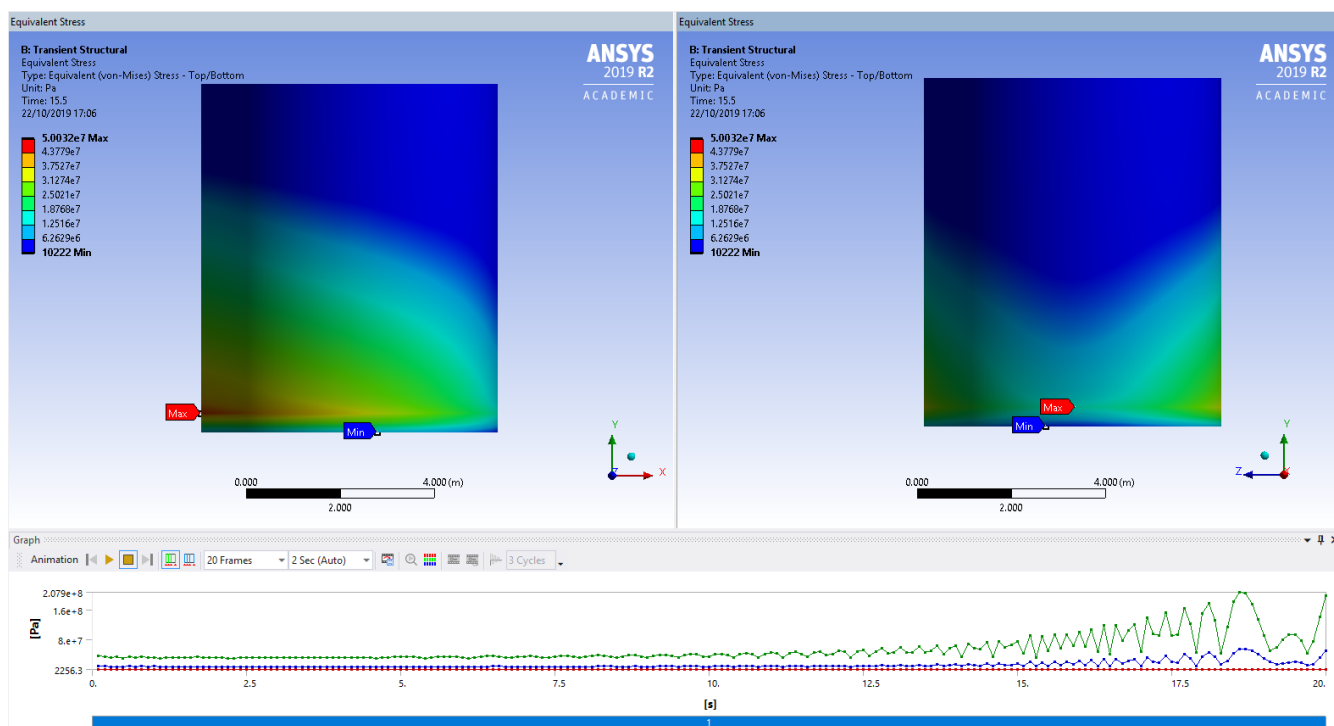
Σχήμα 4.3 : Τάσεις Von Mises XY και YZ για  $t=15.4s$



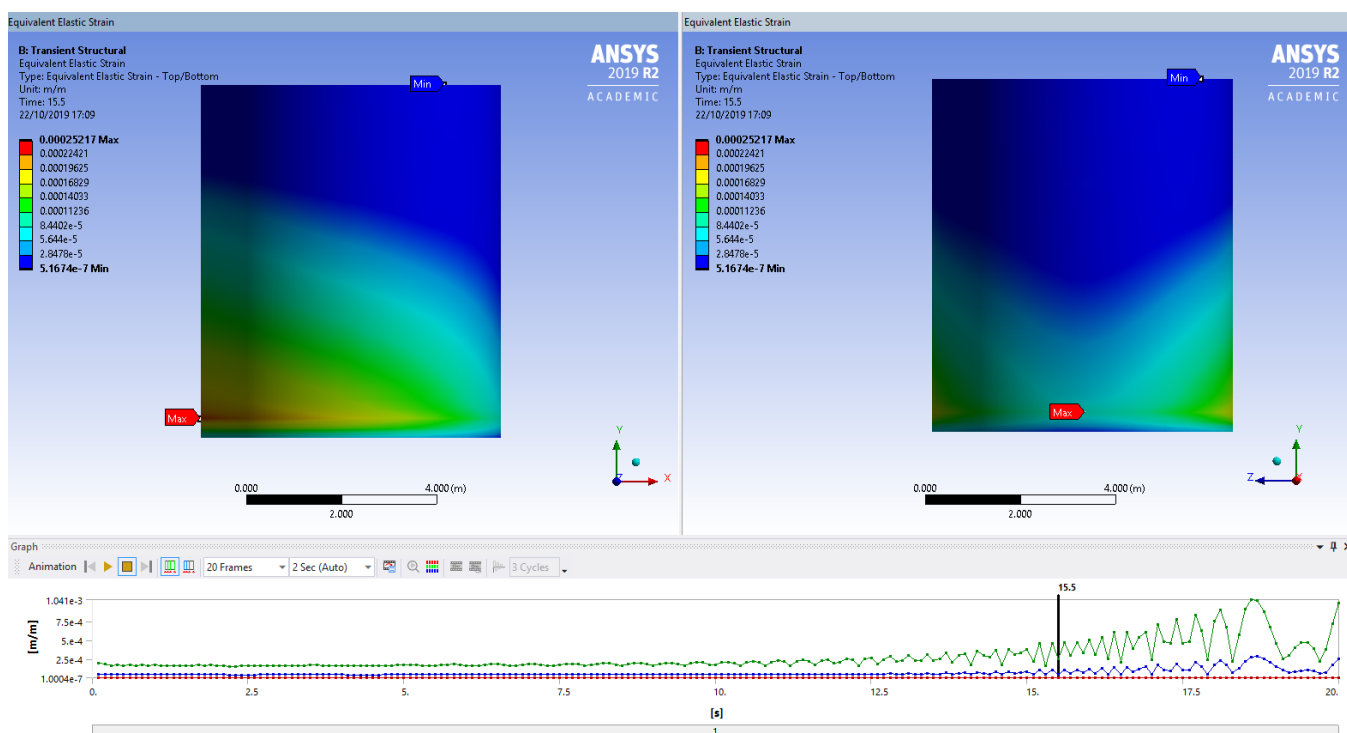
Σχήμα 4.4 : Elastic Strain XY και XZ για  $t=15.4s$



$t=15.5s$

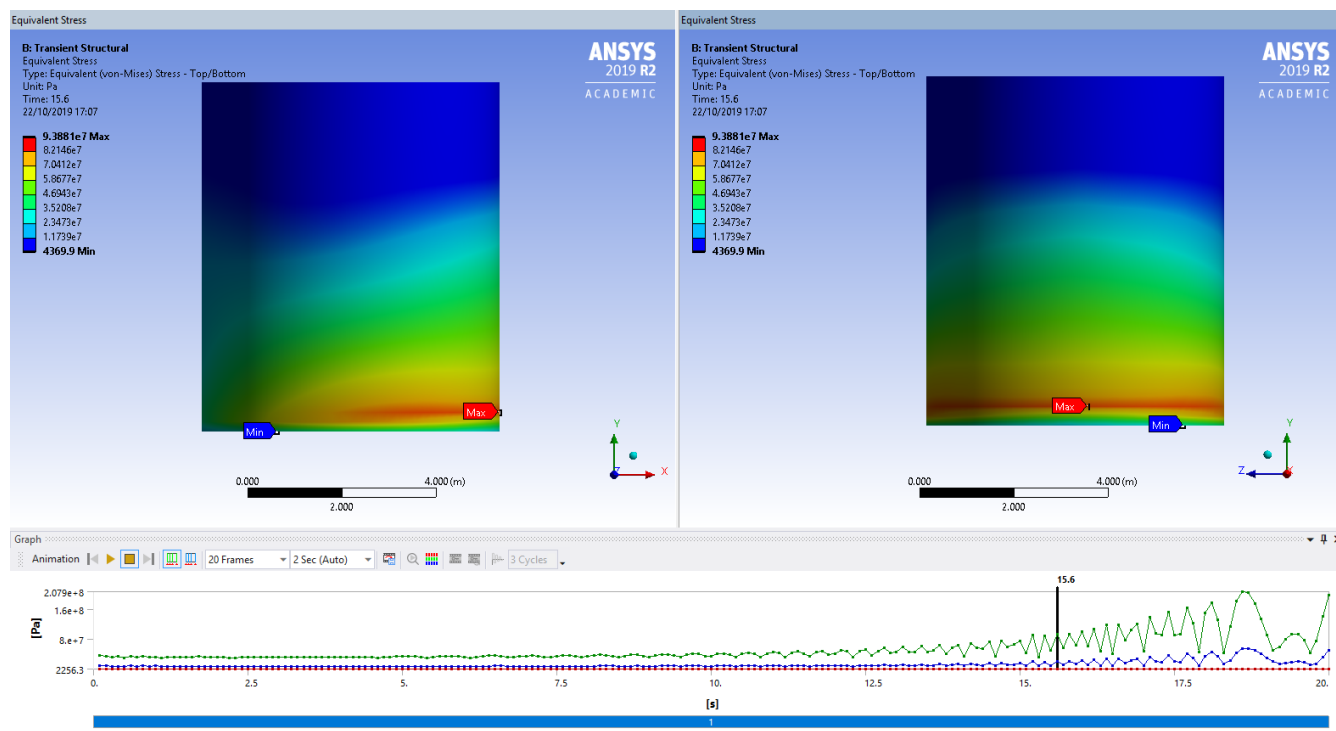


Σχήμα 4.5 : Τάσεις Von Mises XY και YZ για  $t=15.5s$

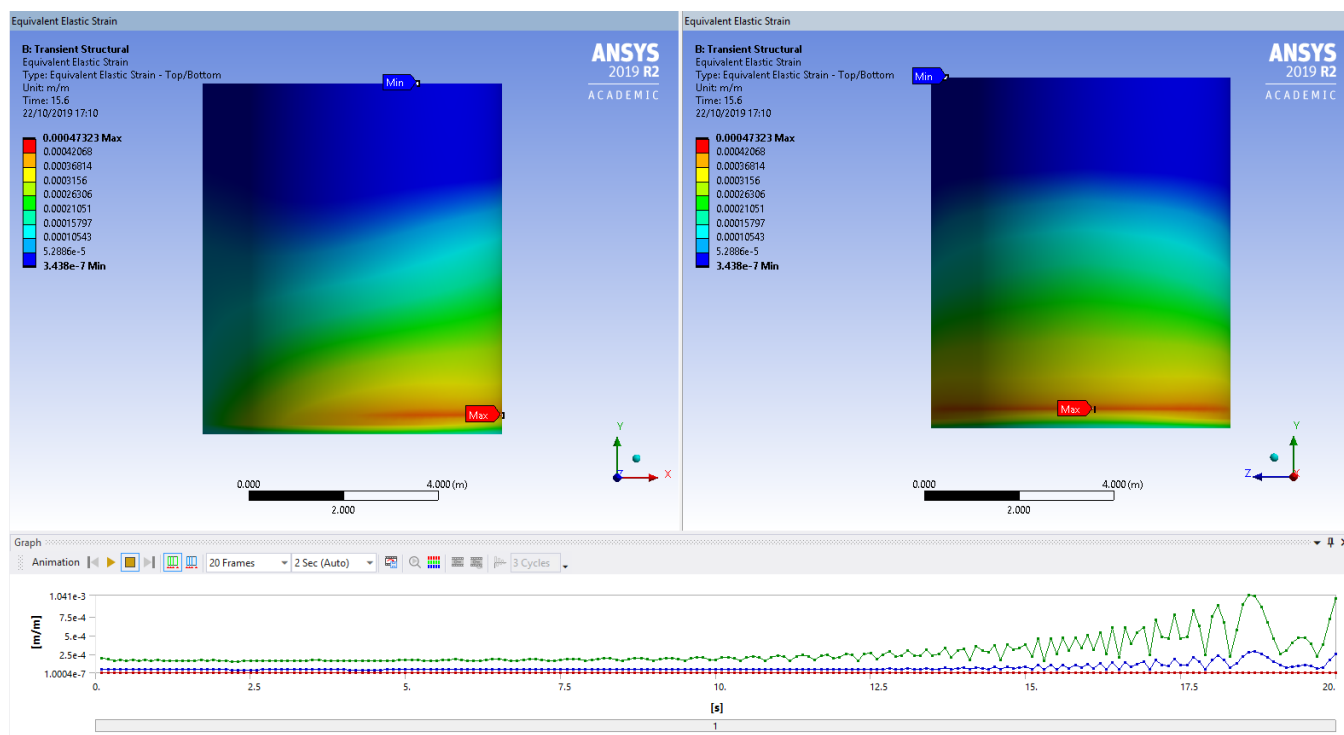


Σχήμα 4.6 : Elastic Strain XY και YZ για  $t=15.5s$

$t=15.6s$



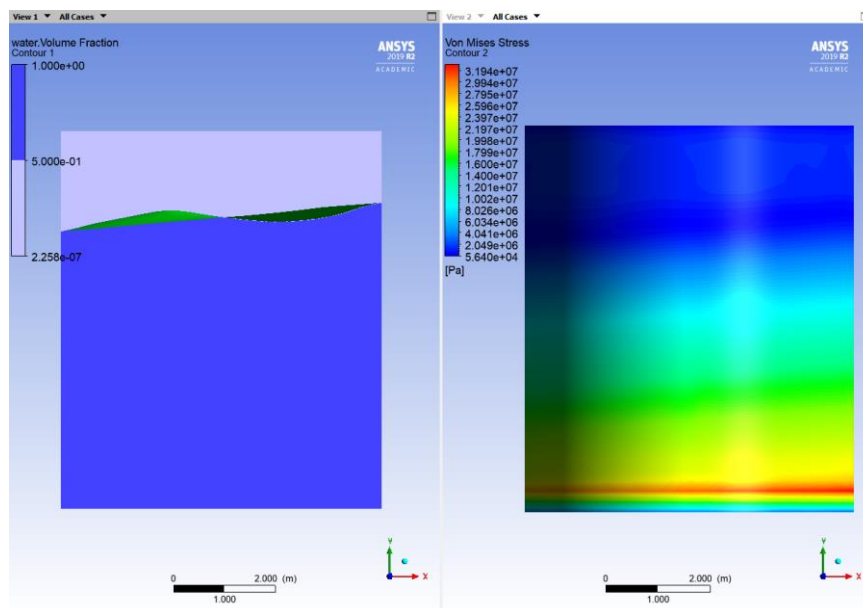
Σχήμα 4.7 : Τάσεις Von Mises XY και YZ για  $t=15.6s$



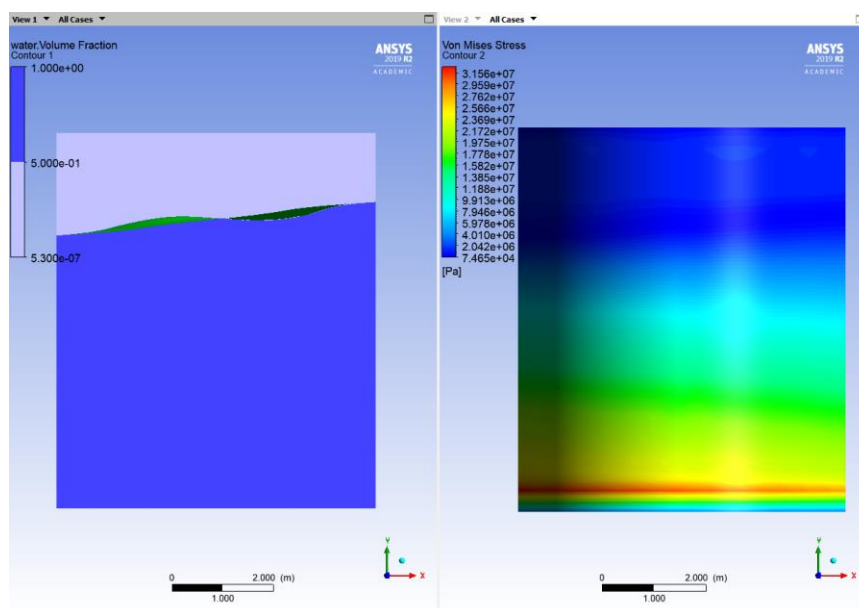
Σχήμα 4.8 : Elastic Strain XY και YZ για  $t=15.6s$

## 4.2 Σχηματική Απεικόνιση Στάθμης Υγρού Δεξαμενής

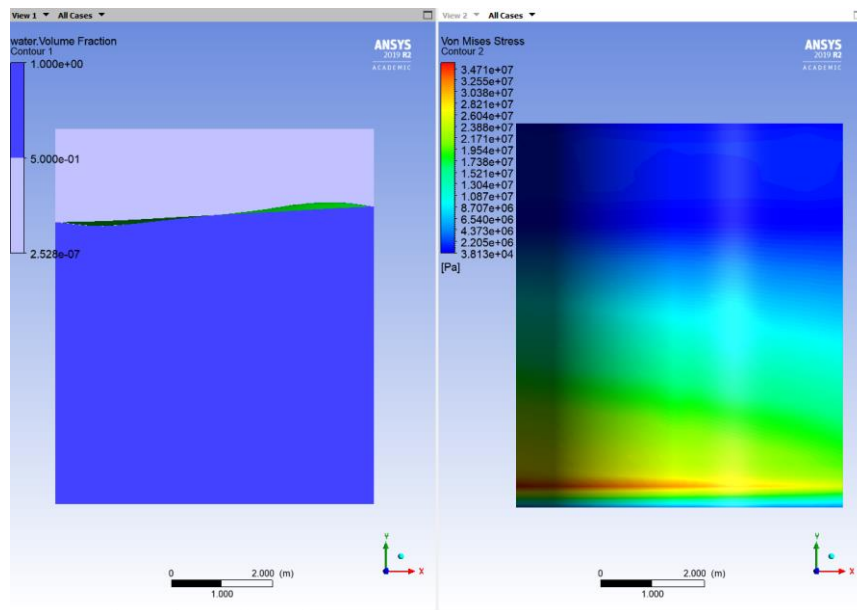
Τα παρακάτω στιγμιότυπα εξήχθησαν για χρόνο από 6s μέχρι 7.2s, με βήμα 0.2s



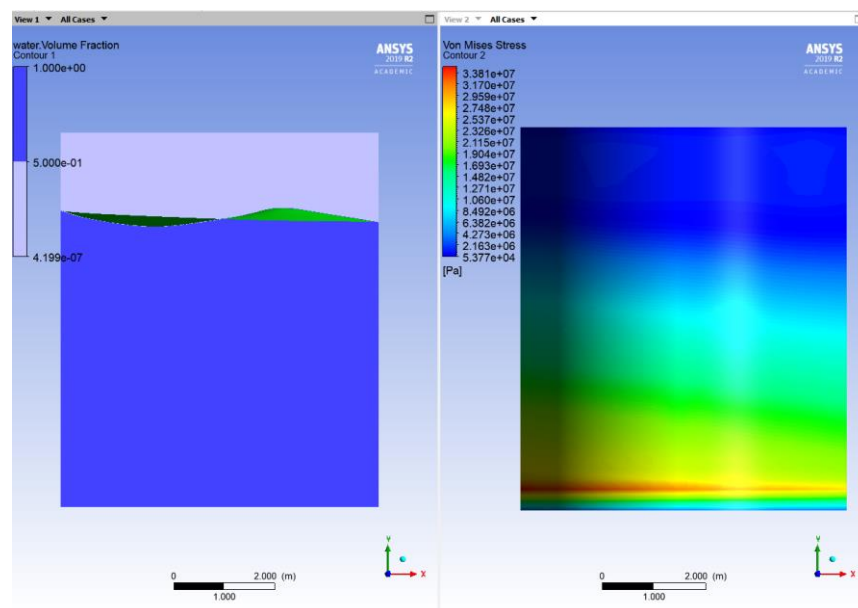
Σχήμα 4.9 : Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για  $t=6s$  και Von Mises Stress.



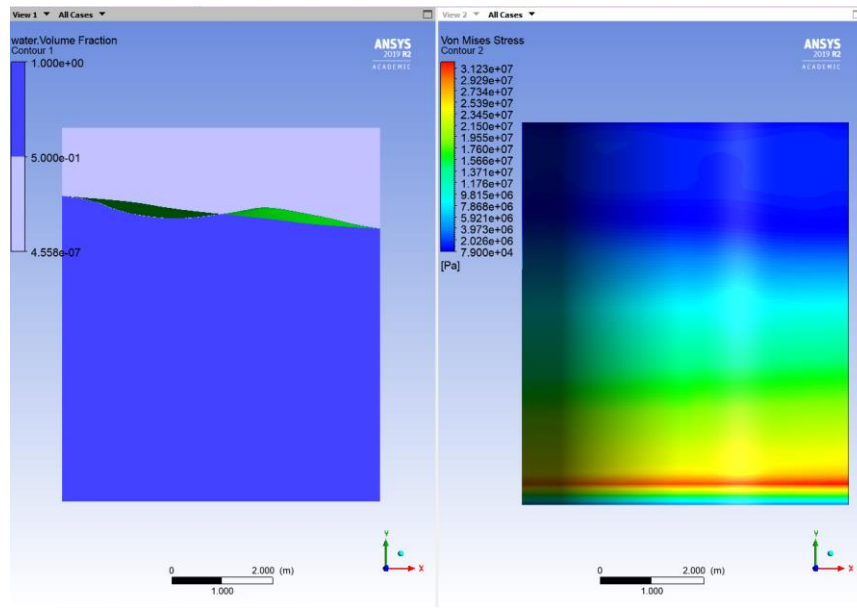
Σχήμα 4.10 : Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για  $t=6.2s$  και Von Mises Stress.



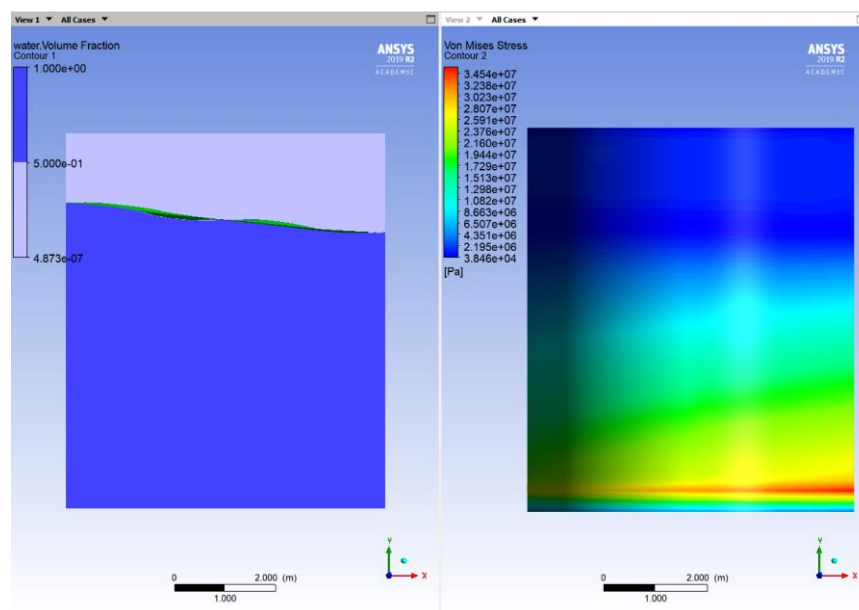
Σχήμα 4.11 : Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για  $t=6.4s$  και Von Mises Stress.



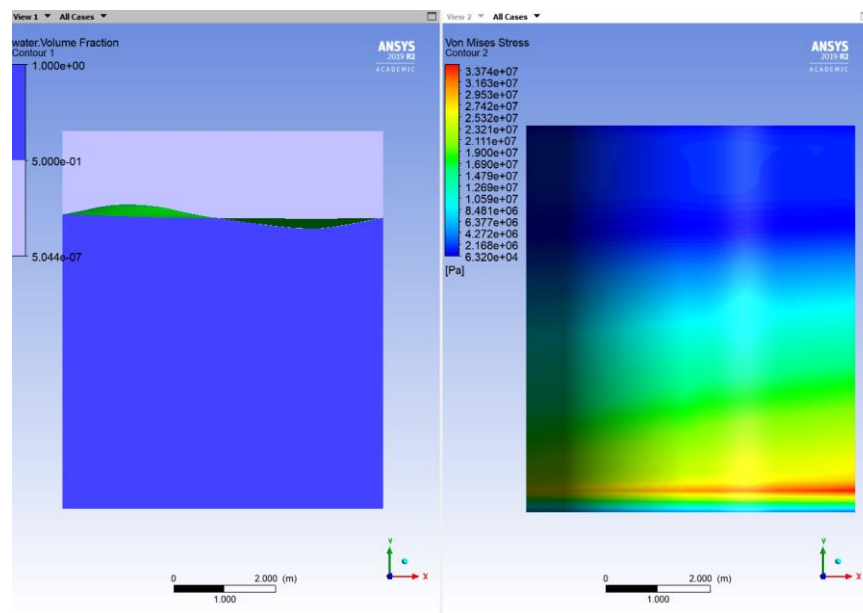
Σχήμα 4.12 : Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για  $t=6.6s$  και Von Mises Stress.



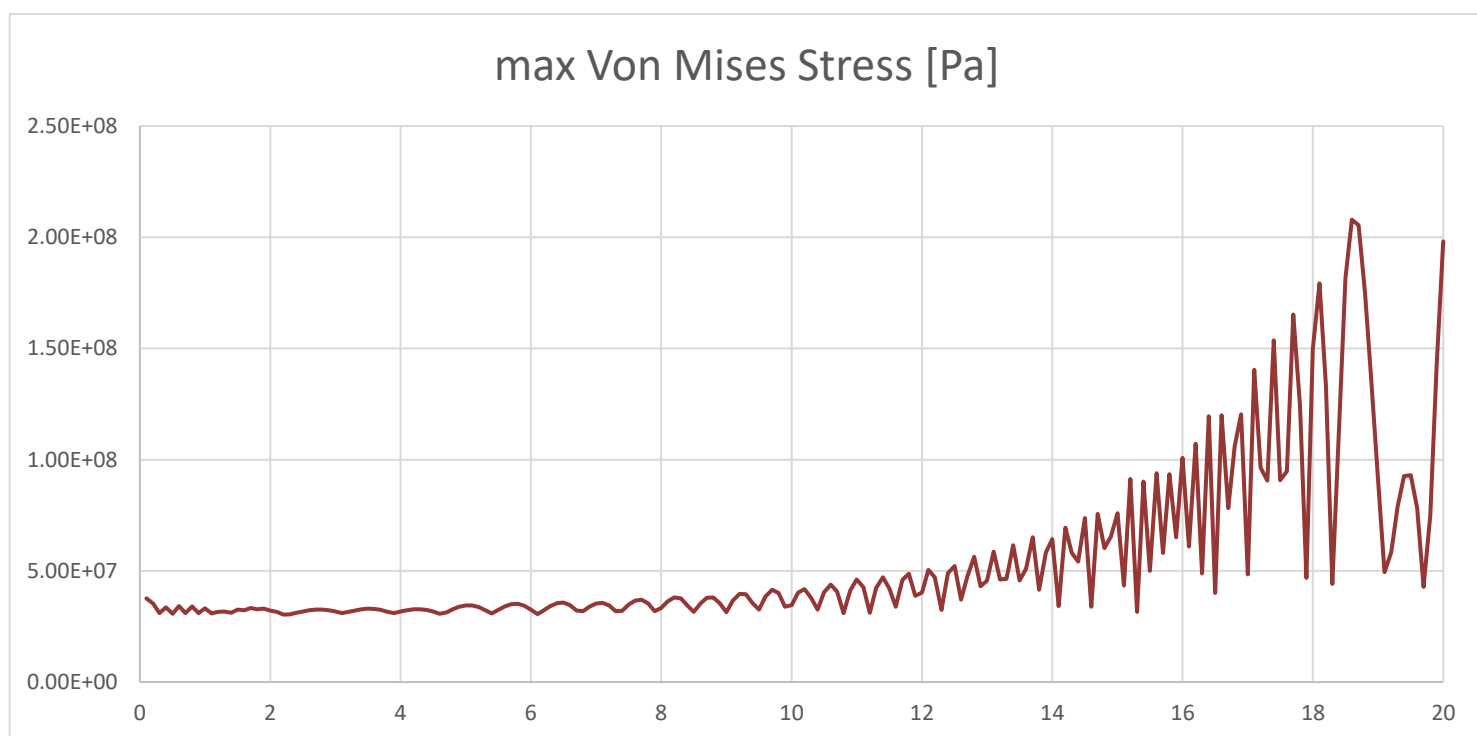
Σχήμα 4.13 : Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για  $t=6.8s$  και Von Mises Stress.



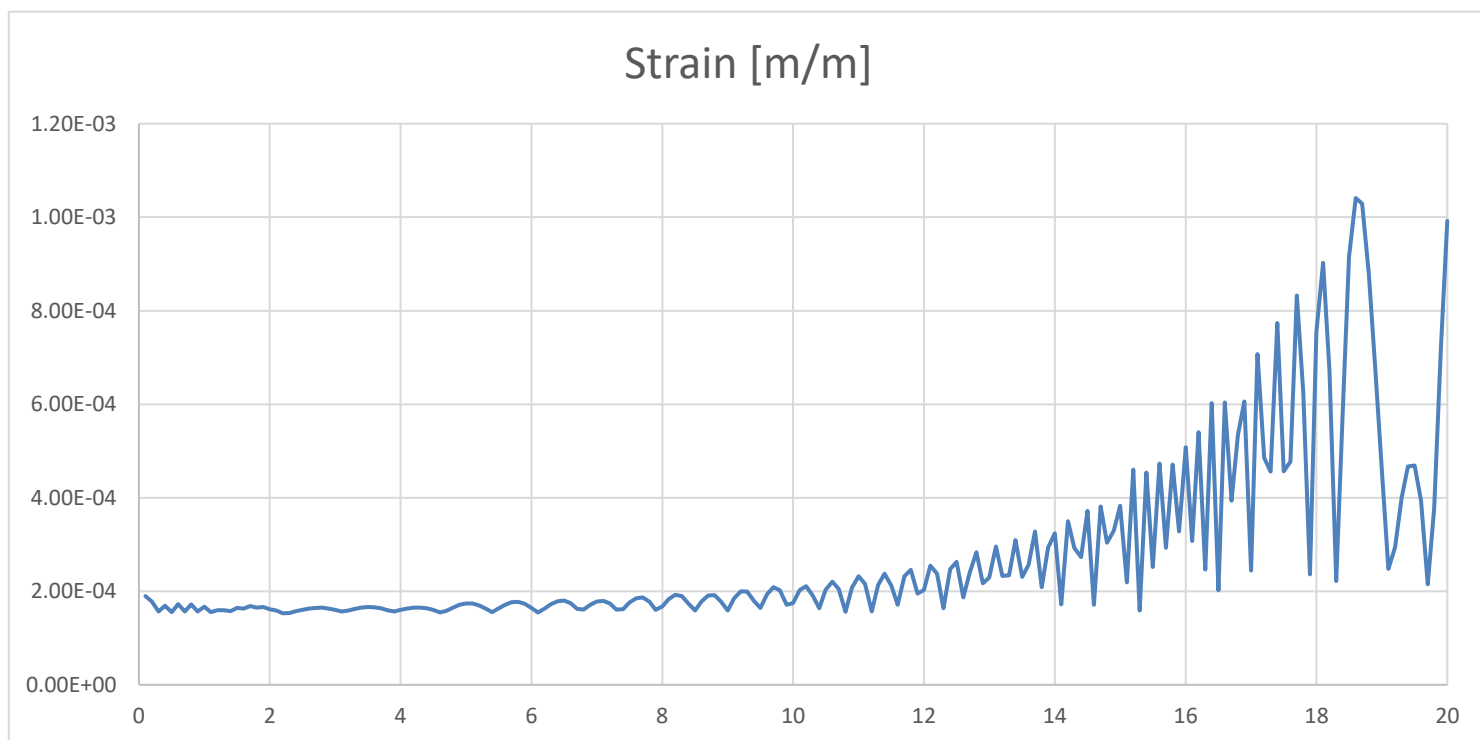
Σχήμα 4.14 : Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για  $t=7s$  και Von Mises Stress.



Σχήμα 4.15 : Οπτικοποίηση στάθμης υγρού για  $t=7.2s$  και Von Mises Stress.



Σχήμα 4.16 : Διάγραμμα μέγιστης τάσης Von Mises συναρτήσει του χρόνου



Σχήμα 4.17 : Διάγραμμα Elastic Strain συναρτήσει του χρόνου

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Πραγματοποιήθηκε ανάλυση μιας προσομοίωσης δεξαμενής, η οποία τέθηκε σε ένα φάσμα προσέγγισης σεισμού, με σκοπό την παρατήρηση και μελέτη του φαινομένου sloshing, καθώς και την διερεύνηση της κατάστροφωσης και μεταφοράς του προβλήματος, από τον μαθηματικό χώρο, στο περιβάλλον του λογισμικού ANSYS και κατ' επέκταση τη διερεύνηση των δυνατοτήτων που παρέχονται για αναλύσεις αλληλεπίδρασης ρευστού – κατασκευής. Η FSI ανάλυση του απλοποιημένου μοντέλου δεξαμενής υπό σεισμό, έγινε με διαχωρισμένη προσέγγιση (partitioned) και επιδιώχθηκε η αξιολόγηση της επίδοσης του λογισμικού και των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν (π.χ. VOF και Computational Fluid Dynamics/Finite Elements Analysis) βάσει αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων από την βιβλιογραφία.

Στην μελέτη της αλληλεπίδρασης ρευστού – κατασκευής παρατηρήσαμε ότι η ρύθμιση του πλέγματος έχει μεγάλη σημασία, ειδικά στη επιφάνεια διασύνδεσης δομής - υγρών. Το πλέγμα πρέπει να είναι σε θέση να διατηρήσει την επιφάνεια της δομής καθώς και να χαρτογραφήσει σωστά την μετατόπιση και την πίεση. Επομένως, κατόπιν ορισμού των φυσικών και μηχανικών παραμέτρων σε κάθε solver, συστήνεται ιδιαίτερη προσοχή στη διαμόρφωση του πλέγματος, καθώς θα δώσει στον χρήστη τη δυνατότητα να πειραματιστεί με άλλες παραμέτρους όπως το χρονικό βήμα λύσης και τις συνθήκες διέγερσης, προκειμένου να βελτιστοποιήσει την λύση του. Μια σταθερή αξιόπιστη μορφοποίησης είναι επίσης απαραίτητη για τη σύνδεση της μεθόδου FSI σε μια αμφίδρομη ζεύξη.

Αντίστοιχα το βήμα, βάσει του οποίου θα πραγματοποιηθεί η σύζευξη των δύο υπολογιστικών στοιχείων, παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην σταθερότητα και την ταχύτητα σύγκλισης της επίλυσης.

Έτσι λοιπόν, προτείνεται αρχικά η ξεχωριστή επίλυση στα δύο modules, για το στερεό και το ρευστό, προκειμένου να ελεγχθεί η ορθότητα των ρυθμίσεων σε κάθε ένα, η σταθερότητα της ανάλυσης και ο χρόνος επίλυσης και κατόπιν να μεταφερθεί το πρόβλημα στην επίλυση της σύζευξης.

Η μεθοδολογία της προσομοίωσης, όπως αναπτύχθηκε, δεν συμπεριλαμβάνει παράγοντες όπως η διέγερση σε πάνω από μία διεύθυνση, η διέγερση από «τυχαίες» ταλαντώσεις που ανταποκρίνονται σε πραγματικό σεισμό, την επίδραση φορτίων κόπωσης στην κατασκευή, αλλά και η εξαγωγή αποτελεσμάτων για διαφορετικό ύψος στάθμης του περιεχόμενου υγρού. Αυτοί οι παράγοντες πρέπει να συμπεριληφθούν και χρήζουν μελέτης, καθώς με αυτόν τον τρόπο η προσομοίωση θα πλησιάζει περισσότερο τις πραγματικές συνθήκες, τις οποίες αντιμετωπίζει μια διάταξη δεξαμενής υπό σεισμό και θα προσδώσει αποτελέσματα πολύ πιο αξιοποιήσιμα στην μελέτη και τον σχεδιασμό συστημάτων δεξαμενών.



Ακόμα, λόγω χρονικών και υπολογιστικών περιορισμών, παρότι επιδιώχθηκε, δεν διερευνήθηκε, εκτενώς και με εξαγωγή αποτελεσμάτων, η μεταβολή των επιπτώσεων της διέγερσης, συναρτήσει του λόγου στάθμης/διαμέτρου,  $H/D$ , καθώς και οι διαφορετικές στηρίξεις της βάσης της δεξαμενής στο έδαφος.

Τέλος, αξίζει να μελετηθούν και τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από τη διεξαγωγή της προσομοίωσης, χρησιμοποιώντας ως περιεχόμενο της δεξαμενής ρευστά όπως καύσιμα ή οργανικής φύσεως υγρά.

Με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν, η επαλήθευση και η εγκυρότητα της υπολογιστικής έρευνας έδειξαν πρακτικά τη σημασία και την αποτελεσματικότητα της αναπτυγμένης τεχνικής της αριθμητικής προσομοίωσης για τη μελέτη της συμπεριφοράς της δεξαμενής ρευστού υπό σεισμική διέγερση. Ωστόσο, κρίνουμε απαραίτητη την περαιτέρω έρευνα.

## 6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Haroun, M.A., Housner, G.W., (1981), «Earthquake Response of Deformable Liquid Storage Tanks», Journal of Mechanics, ASME, Vol.48. pp.411-418.
2. Παπαδόπουλος Β., «Ανάλυση Τρωτότητας και Εκτίμηση Σεισμικού Κινδύνου για την Αντισεισμική Προστασία Βιομηχανικών Εγκαταστάσεων», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2015
3. Παπανίκας Δ., «Εφαρμοσμένη Ρευστομηχανική», Εκδόσεις Πανεπιστημίου. Πατρών, Πάτρα, 2006.
4. Puneet Kumar Nema, «Computational study of sloshing behavior in 3-D rectangular tank with and without baffle under Seismic Excitation», National Institute of Technology, Rourkela, 2014
5. Μάρκου Γ.Α. «Προσομοίωση Συζευγμένου Προβλήματος Αλληλεπίδρασης Αέρα- Πτέρυγας με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2004.
6. Μάρκου Γ.Α. «Αλληλεπίδραση Ρευστού – Κατασκευής – Προσεγγίζοντας το Ρευστό», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2005.
7. S. Nicolici \*, R.M. Bilegan, «Fluid structure interaction modeling of liquid sloshing phenomena in flexible tanks», Center of Technology and Engineering for Nuclear Projects, 2012.
8. Bang-Fuh Chen, Shih-ming Huang, «A Numerical Study of Liquid Tank and Structure Interaction», Dept. of Marine Environment and Engineering, National Sun Yat-sen University, Kaohsiung, Taiwan, 2013.
9. Sampann Arora, Sudharsan Vasudevan, «Analysis of sloshing-induced loads on the fuel tank structure», Dept. of Mechanics and Maritime Sciences, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2017.
10. Jin-Rae Cho, Jin-Kyu Lee, Jeong-Mok Song, Suk-Ho Park, Joong-Nam Lee, «Free Vibration Analysis of Aboveground LNG-Storage Tanks by the Finite Element Method», Pusan National University, Korea, 2000.
11. «ANSYS Mechanical APDL Structural Analysis Guide», Release 18.1, ANSYS Inc., 2017
12. «ANSYS CFX-Solver Theory Guide», Release 18.1, ANSYS Inc., 2017.
13. «System Coupling User's Guide», Release 18.1, ANSYS Inc., 2017.
14. A. Belostotskiya, P. Akimovb, I. Afanasyevac, A. Usmanovd, S.Scherbinae, V.Vershinin, «Numerical simulation of oil tank behavior under seismic excitation. fluid – structure interaction problem solution», Elsevier Ltd, 2015.
15. Z. Čada, P. Hradil, J. Kal\*, V. Kanický, V. Salajka, «Assessment of Tanks with Fluids Subjected to Seismic Excitation», Brno University of Technology, 2011.

16. L. Zhang, A. Gersteberger, X. Wang and W.K. Liu, 'Immersed Finite Element Method', Preprint submitted to Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2003.
17. L.D. Marini, A. Quarteroni, 'A relaxation procedure for domain decomposition methods using finite elements', Numerische Mathematik 55 (1989), pp. 61-111.